



فصل پنجم:

پیچش میله ها

فصل پنجم- پیچش میله ها

بخشهای اصلی

- (۱) مقدمه ای بر تئوری پیچش
- (۲) تئوری پیچش شافتهای دایره ای
- (۳) شافتهای نامعین استاتیکی
- (۴) پیچش مقاطع دایره ای جدار نازک

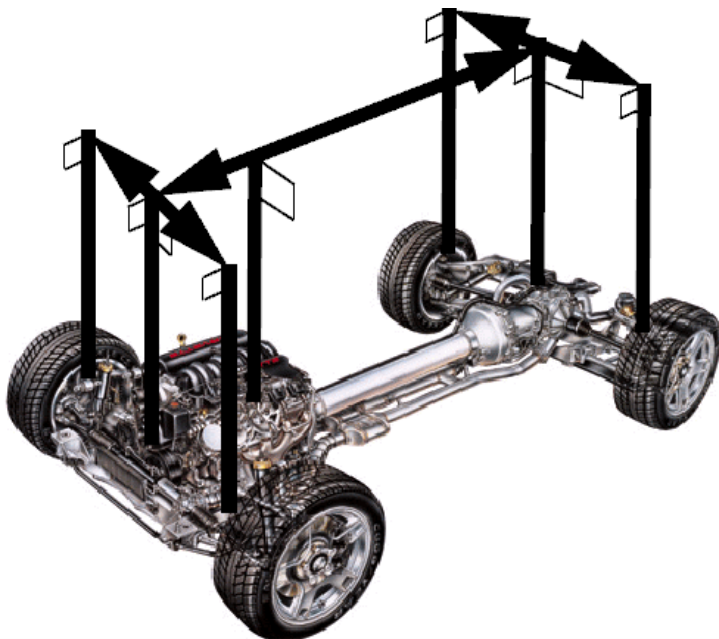
هدف:

درک تئوری، محدودیتها و کاربرد تئوری پیچش در طرح شافتهای دایره ای تحت پیچش و درک نحوه توزیع تنش برشی ناشی از پیچش و سطحی که بر آن اعمال میگردد

فصل پنجم- پیچش میله ها

(۱) مقدمه ای بر تئوری پیچش

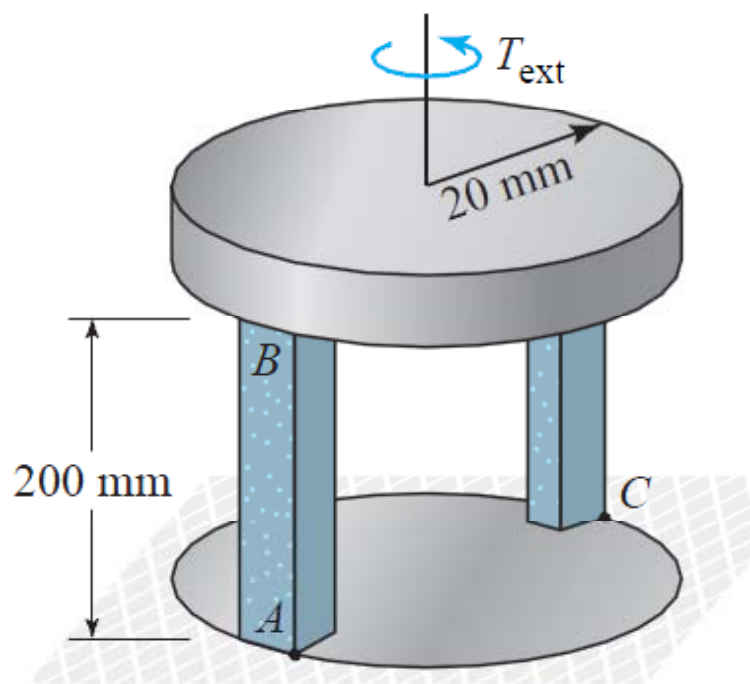
هنگام راندن دوچرخه نیرو از پاها به پدال و از طریق شافت و زنجیر به چرخها منتقل میگردد. در ماشین نیز نیروی موتور توسط تعداد زیادی شافت به چرخها منتقل میگردد. همچنین در هلی کوپتر نیروهای موتور توسط شافت به پره ها منتقل میگرددند و غالبا هر عضو با حرکت پیچشی مانند مته ها و ... دارای شافت میباشند. مفاهیم اولیه این بخش در ادامه با چند مثال عنوان میگرددند.



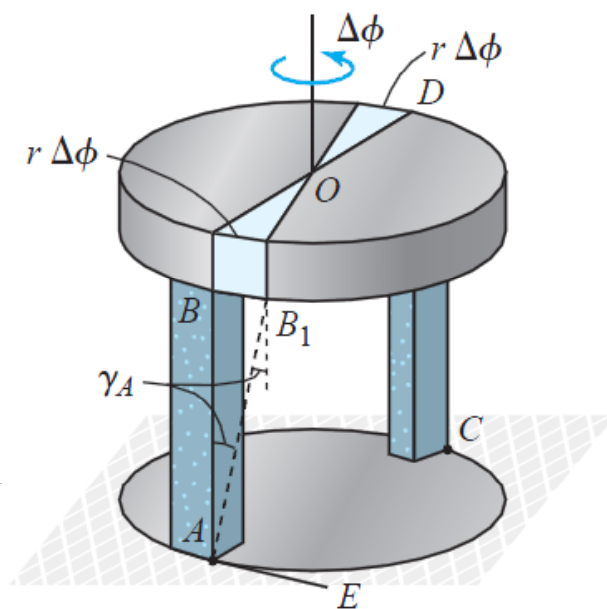
فصل پنجم- پیچش میله ها

مثال (۱-۵) دو میله پلاستیکی سخت زیر با سطح مقطع ۲۰ میلیمتر مربع به صفحه صلب متصل میباشند. چنانچه دیسک حول محور خود تا 0.4° رادیان دوران نماید، مقدار لنگر پیچشی لازم جهت ایجاد این دوران چقدر میباشد؟ مدول الاستیسیته رابرها ۲۸۰ مگاپاسکال میباشند.

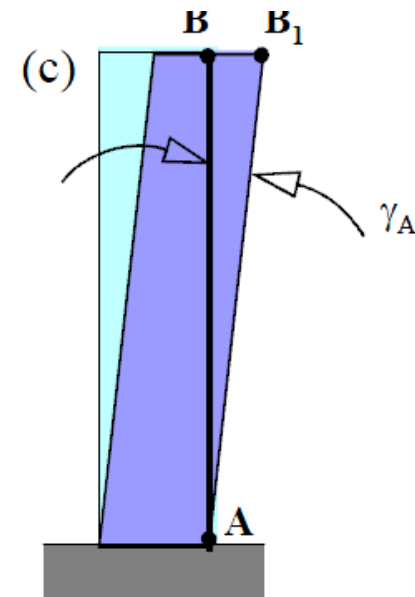
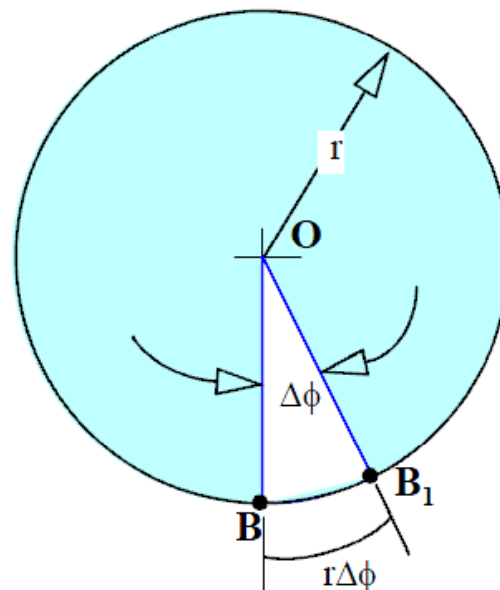
حل: میزان چرخش، شعاع و طول میله را میتوان با کرنش برشی میله نمایش داد. با استفاده از قانون هوک میتوان تنش برشی هر میله را محاسبه نمود و با فرض توزیع یکنواخت برای تنش، نیروی برشی را محاسبه نمود. با رسم نمودار جسم آزاد میله ها میتوان مقدار لنگر پیچشی را محاسبه نمود.



فصل پنجم- پیچش میله ها



(b)



محاسبه کرنش:

$$BB_1 = (0.02 \text{ m}) \Delta\phi = 0.0008 \text{ m}$$

$$\tan \gamma_A \approx \gamma_A = \frac{BB_1}{AB} = 0.004 \text{ rad}$$

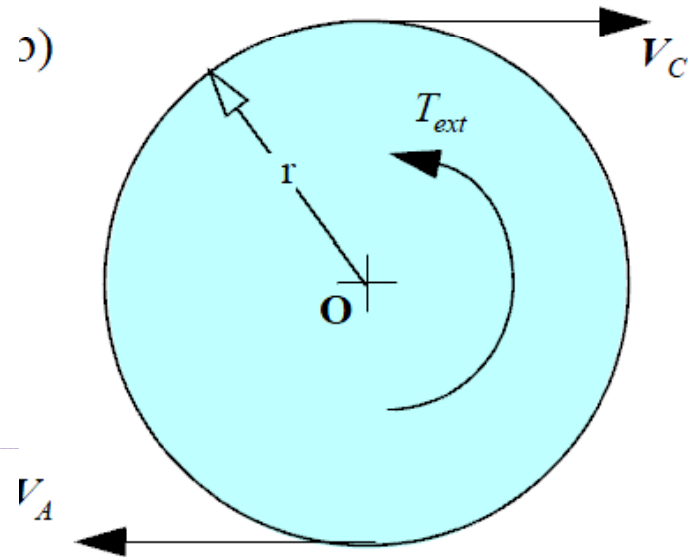
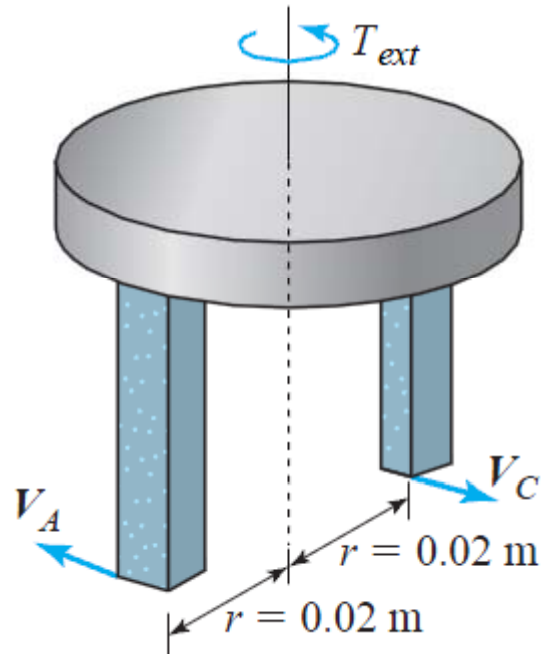
$$\gamma_C = \gamma_A = 0.004 \text{ rad}$$

محاسبه تنش: با استفاده از قانون هوک:

$$\tau_A = G_A \gamma_A = [280(10^6) \text{ N/m}^2](0.004) = 1.12(10^6) \text{ N/m}^2$$

$$\tau_C = G_C \gamma_C = [280(10^6) \text{ N/m}^2](0.004) = 1.12(10^6) \text{ N/m}^2$$

فصل پنجم- پیچش میله ها



محاسبه نیروهای داخلی:

$$V_A = A_A \tau_A = [1.12(10^6) \text{ N/m}^2][20(10^{-6}) \text{ m}^2] = 22.4 \text{ N}$$

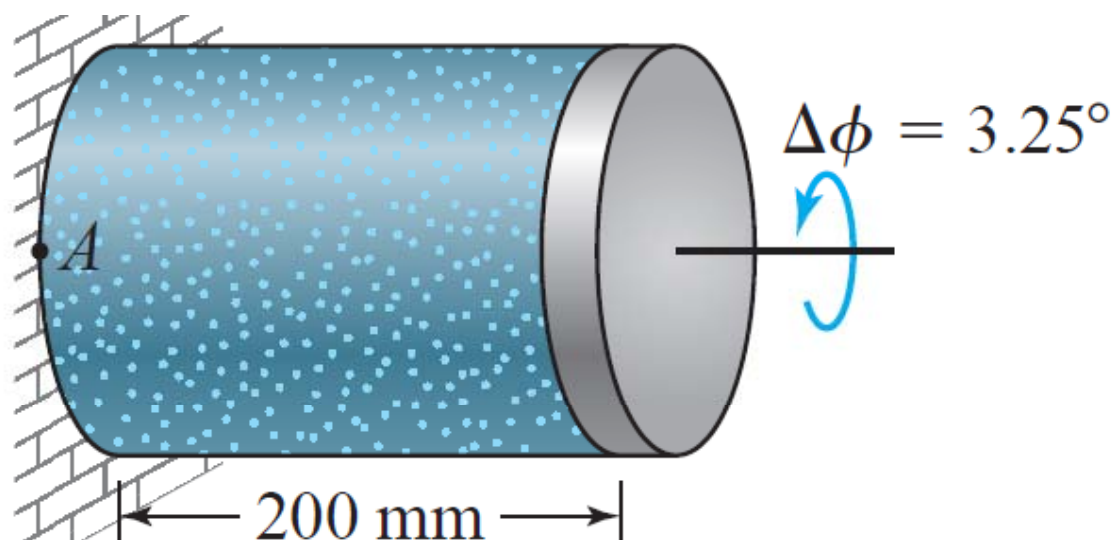
$$V_C = A_C \tau_C = [1.12(10^6) \text{ N/m}^2][20(10^{-6}) \text{ m}^2] = 22.4 \text{ N}$$

محاسبه لنگر خارجی: با استفاده از قانون هوک:

$$T_{ext} = rV_A + rV_C = (0.02 \text{ m})(22.4 \text{ N}) + (0.02 \text{ m})(22.4 \text{ N})$$

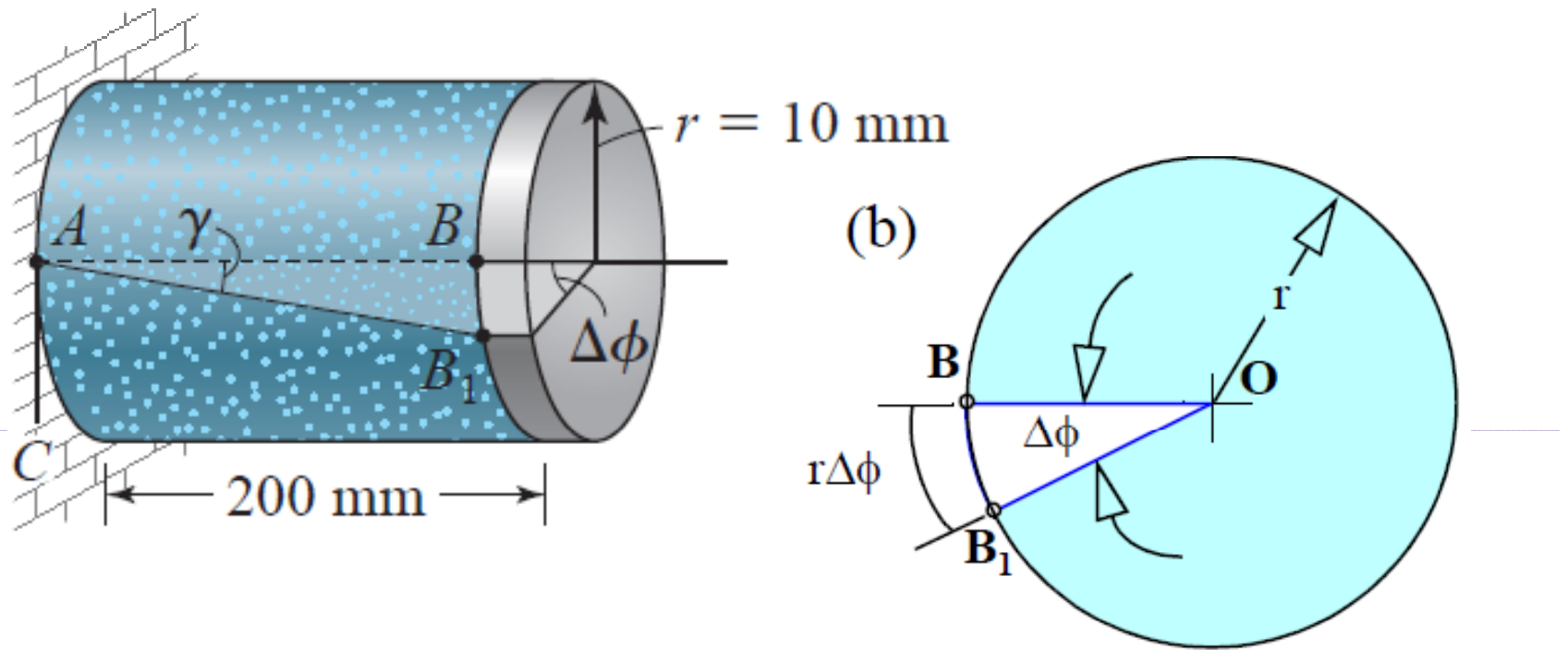
فصل پنجم- پیچش میله ها

مثال (۲-۵) یک دیسک صلب بقطر ۲۰ میلی‌متر به انتهای یک شفت دایره ای از رابر سخت متصل گردیده است. انتهای دیگر شفت به دیوار صلب متصل می‌باشد. دیسک انتهایی در جهت پادساعتگرد $3/25$ درجه دوران کرده است. کرنش برشی متوسط را در نقطه A تعیین نمایید؟



حل: مانند مثال قبل میتوان تنش برشی میله را به چرخش صفحه صلب انتهایی مرتبط نمود. چنانچه یک خط روی شفت فرض نماییم، مطابق شکل، تغییرزاویه این خط فرضی با خط قائم روی تکیه گاه همان کرنش برشی خواهد بود.

فصل پنجم- پیچش میله ها



$$\Delta\phi = \frac{3.25^\circ \pi}{180^\circ} = 0.05672 \text{ rad}$$

$$BB_1 = r \Delta\phi = (10 \text{ mm}) \Delta\phi = 0.5672 \text{ mm}$$

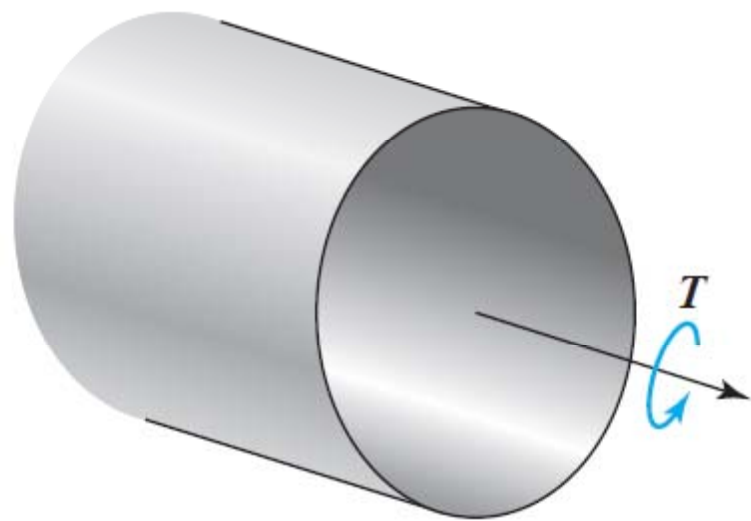
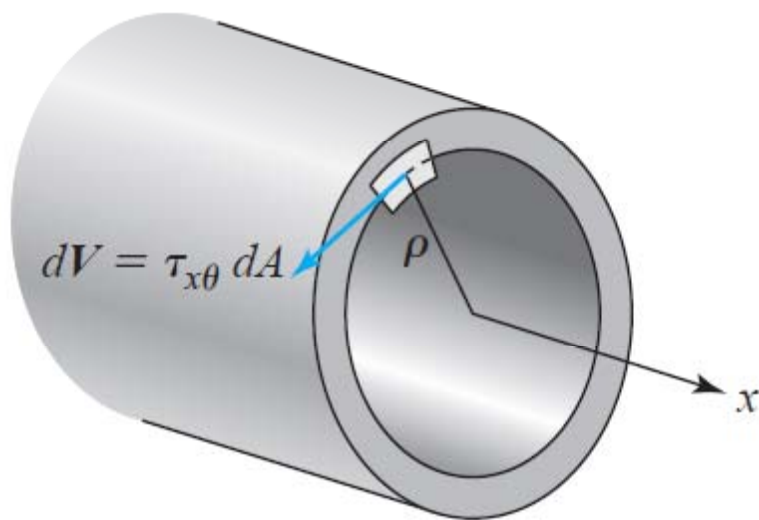
$$\tan \gamma = \gamma = \frac{BB_1}{AB} = \frac{0.5672 \text{ mm}}{200 \text{ mm}} = 0.002836 \text{ rad}$$

فصل پنجم - پیچش میله ها

۱-۱ پیچش داخلی

در مثال نخست نشان داده شد که تنش برشی را میتوان با انتگرال گیری روی سطح با یک ترک (لنگر پیچشی) معادل جایگزین نمود. در شکل زیر توزیع تنش برشی نشان داده میشود که قرار است با ترک داخلی معادل T جایگزین گردد. لنگر پیچشی در یک المان سطح با توجه به شکل قابل محاسبه بوده که با انتگرال گیری روی سطح میتوان کل ترک داخلی معادل را محاسبه نمود.

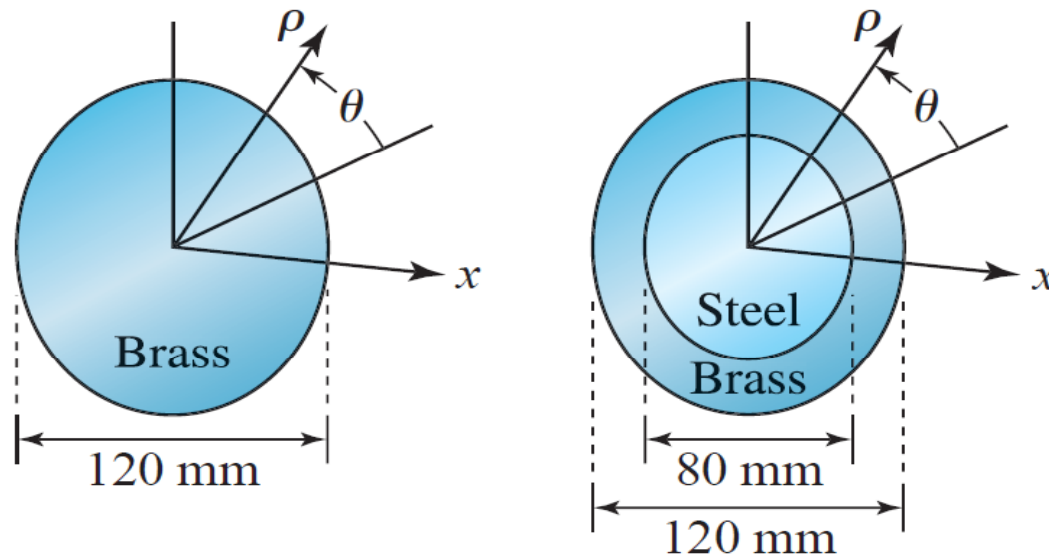
$$T = \int_A \rho dV = \int_A \rho \tau_{x\theta} dA$$



فصل پنجم - پیچش میله ها

رابطه فوق مستقل از مصالح بوده و تعادل استاتیکی میان تنش برشی و ترک داخلی را ارائه مینماید. چنانچه مقطع کامپوزیت در شافت مورد استفاده قرار گیرد، دیگر توزیع تنش برشی یکنواخت نبوده ولی رابطه فوق که تنش برشی را به ترک داخلی ربط میدهد همچنان باقی میماند. برای توضیح به مثال زیر توجه نمایید:

مثال (۳-۵) مقطع عرضی تشکیل یافته از برنج در سمت چپ و مرکب برنج و فولاد در شکل سمت راست نشان داده شده اند. مدول برشی برنج و فولاد بترتیب معادل ۴۰ و ۸۰ گیگاپاسکال میباشدند. کرنش برشی در مختصات قطبی معادل $\gamma_{x\theta} = 0.08\rho$ میباشد. الف) تنش برشی را بر حسب شعاع محاسبه نموده و توزیع تنش و کرنش برشی را در مقطع رسم نمایید. ب) برای هر یک از مقاطع ترک داخلی معادل استاتیکی را محاسبه نمایید؟



فصل پنجم - پیچش میله ها

حل: ابتدا با داشتن قانون هوک میتوان توزیع تنش برشی را بر حسب شعاع در هر ماده محاسبه نمود. سپس با جایگزینی هر یک از تنشهای برشی در رابطه فوق و انتگرال گیری، لنگر معادل پیچشی داخلی محاسبه میگردد.

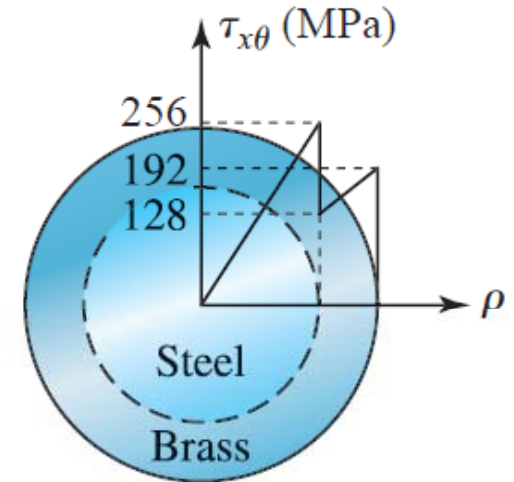
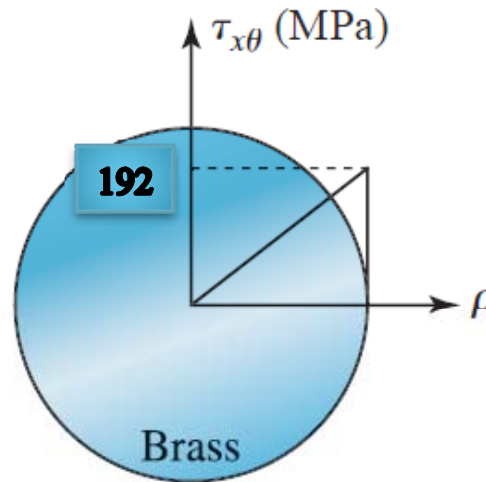
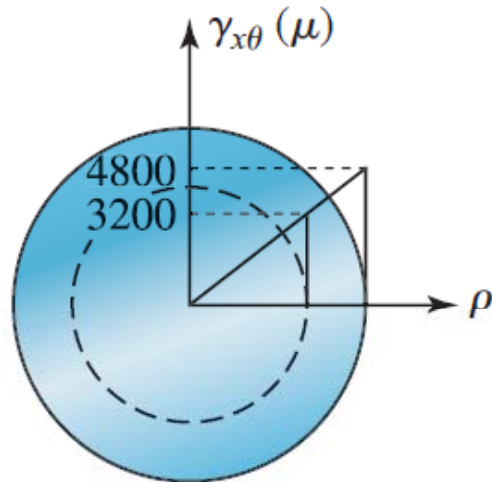
الف: با توجه به قانون هوک: $(\tau_{x\theta})_{\text{brass}} = [40(10^9) \text{ N/m}^2](0.08\rho) = 3200\rho \text{ MPa}$

$(\tau_{x\theta})_{\text{steel}} = [80(10^9) \text{ N/m}^2](0.08\rho) = 6400\rho \text{ MPa}$

در مقطع همگن رابطه اول و در مقطع ناهمگن دو رابطه بعدی مورد استفاده قرار میگیرد:

$\tau_{x\theta} = 3200\rho \text{ MPa} \quad 0.00 \leq \rho < 0.06$

$\tau_{x\theta} = \begin{cases} 6400\rho \text{ MPa} & 0.00 \leq \rho < 0.04 \text{ m} \\ 3200\rho \text{ MPa} & 0.04 \text{ m} < \rho \leq 0.06 \text{ m} \end{cases}$



فصل پنجم - پیچش میله ها

ب: جهت محاسبه ترک معادل استاتیکی، سطح مقطع المان (dA) را بصورت یک رینگ با ضخامت dp در نظر میگیریم. بنابراین مساحت و ترک در حالت کلی بصورت زیر خواهند بود:

$$dA = 2\pi\rho d\rho \longrightarrow T = \int_0^{0.06} \rho\tau_{x\theta} (2\pi\rho d\rho)$$

رابطه پیچش در مقطع همگن بصورت رابطه اول و در مقطع ناهمگن رابطه بعدی میباشد:

$$T = \int_0^{0.06} \rho[3200\rho(10^6)](2\pi\rho d\rho) = [6400\pi(10^6)]\left(\frac{\rho^4}{4}\right)\bigg|_0^{0.06} = 65.1(10^3) \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$T = \int_0^{0.06} \rho\tau_{x\theta} (2\pi\rho d\rho) = \underbrace{\int_0^{0.04} \rho\tau_{x\theta} (2\pi\rho d\rho)}_{T_{\text{steel}}} + \underbrace{\int_{0.04}^{0.06} \rho\tau_{x\theta} (2\pi\rho d\rho)}_{T_{\text{brass}}}$$

$$T_{\text{steel}} = \int_0^{0.04} \rho[6400\rho(10^6)](2\pi\rho d\rho) = (12800\pi)(10^6)\left(\frac{\rho^4}{4}\right)\bigg|_0^{0.04} \\ = 25.7(10^3) \text{ N}\cdot\text{m} = 25.7 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$T_{\text{brass}} = \int_{0.04}^{0.06} \rho[3200\rho(10^6)](2\pi\rho d\rho) = (6400\pi)(10^6)\left(\frac{\rho^4}{4}\right)\bigg|_{0.04}^{0.06} \\ = 52.3(10^3) \text{ N}\cdot\text{m} = 52.3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$T = T_{\text{steel}} + T_{\text{brass}} = 25.7 \text{ kN}\cdot\text{m} + 52.3 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

فصل پنجم - پیچش میله ها

۲) تئوری پیچش شفتهای دایره ای

در این بخش روابط مربوط به محاسبه تغییرشکل و تنشهای شفتهای دایره ای ارائه میگردد. تئوری مذکور ضمن برقراری محدودیتهای زیر ارائه میگردد:

(۱) طول عضو بطور قابل ملاحظه ای از بزرگترین بعد مقطع بزرگتر است.

(۲) نواحی با تمرکز تنش مورد نظر نمیباشد.

(۳) تغییرات ترک خارجی یا مساحت مقطع بصورت تدریجی بوده، مگر در نواحی با تمرکز تنش.

(۴) ترکهای خارجی تابعی از زمان نبوده و مسئله بصورت استاتیکی خواهد بود.

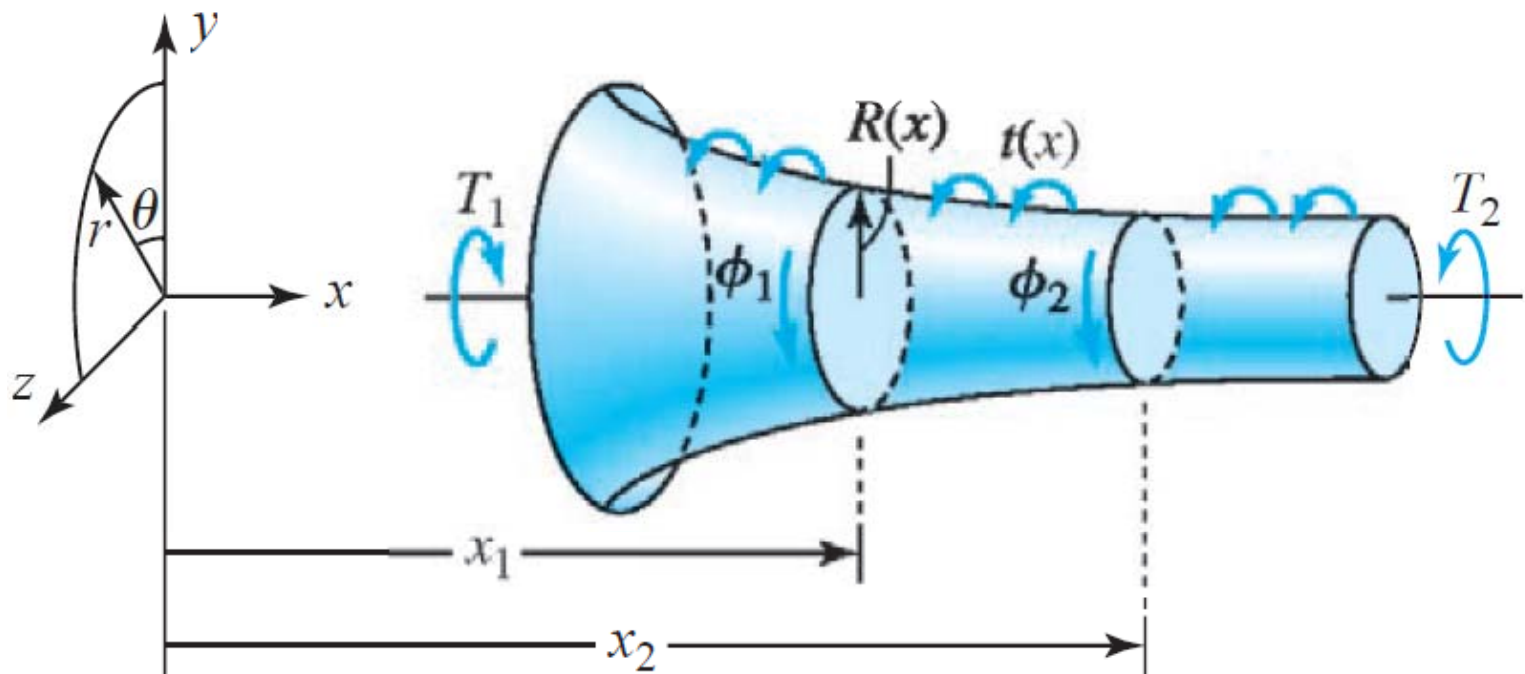
(۵) سطح مقطع بصورت دایره ای میباشد.

فصل پنجم - پیچش میله ها

شکل زیر یک شفت را نشان میدهد که در دو انتهای خود تحت ترکهای خارجی متمرکز و در طول خود تحت ترک گسترده قرار گرفته است. شعاع این شفت تابعی از x میباشد. انتظار میرود که ترک داخلی تابعی از x باشد. ϕ_1 و ϕ_2 زوایای چرخش مقاطع فرضی در محل x_1 و x_2 میباشدند. اهداف این تئوری به قرار زیر میباشد:

(۱) یافتن فرمولی برای تغییرزاویه نسبی بر حسب ترک داخلی

(۲) یافتن فرمولی برای تنش برشی بر حسب ترک داخلی



فصل پنجم - پیچش میله ها

۱-۲ سینماتیک

در واقع ارتباط میان تنش و کرنش برای پیچش شفتهای دایره ای با انجام برخی فرضیات بصورت ساده تر قابل محاسبه میباشد. فرضیات زیر برای رفتار مقطع بصورت یک صفحه صلب در نظر گرفته میشوند:

- فرض ۱) مقاطع صفحه ای عمود بر محور، حین تغییر شکل صفحه باقی میمانند.
- فرض ۲) در یک مقطع، تمام خطوط شعاعی با زاویه مساوی تغییر شکل می یابند.
- فرض ۳) خطوط شعاعی حین تغییر شکل، بصورت مستقیم باقی میمانند.



فصل پنجم - پیچش میله ها

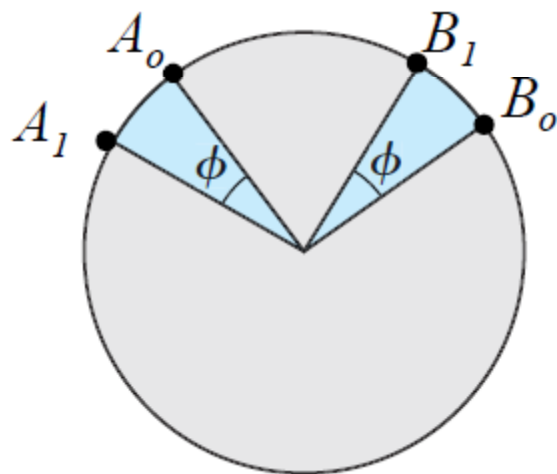
شکل فوق یک شفت رابر دایره ای را که سطح آن مشبک میباشد، در حال پیچش توسط دو دست نمایش میدهد. لبه دایره ها پس از تغییر شکل بصورت خطوط قائم باقی میمانند (فرض ۱ معتبر میباشد). تغییرشکلهای محوری تحت بارهای پیچشی، اعوجاج نام دارد. بنابراین شفتهای دایره ای دارای اعوجاج نیستند و شفتهای با مقاطع غیر دایره ای دچار اعوجاج میگردند که منجر به پیچیدگی محاسبات میگردد.

تقارن حاکم بر مقطع منجر به استقلال تغییر شکل از دورانهای زاویه ای میگردد. بنابراین تمامی خطوط شعاعی، مستقل از موقعیت زاویه ای آنها، رفتار کاملاً مشابهی خواهند داشت (فرض ۲ و ۳ معتبر میباشد). شکل زیر نشان میدهد که تمامی خطوط شعاعی با زاویه پیچشی مشابه دوران مینمایند. بنابراین میتوان دریافت که از آنجاییکه کلیه خطوط مذکور با یک زاویه در یک مقطع دوران مینمایند، بنابراین زاویه پیچشی در یک مقطع تغییر ننموده و فقط تابعی از x میباشد.

$$\phi = \phi(x)$$

فصل پنجم - پیچش میله ها

اندیسهای صفر به حالت اولیه و ۱ به حالت تغییرشکل یافته مرتبط میباشند. بعلاوه زاویه پیچش در حالت پادساعتگرد نسبت به محور پیچش مثبت فرض شده است.

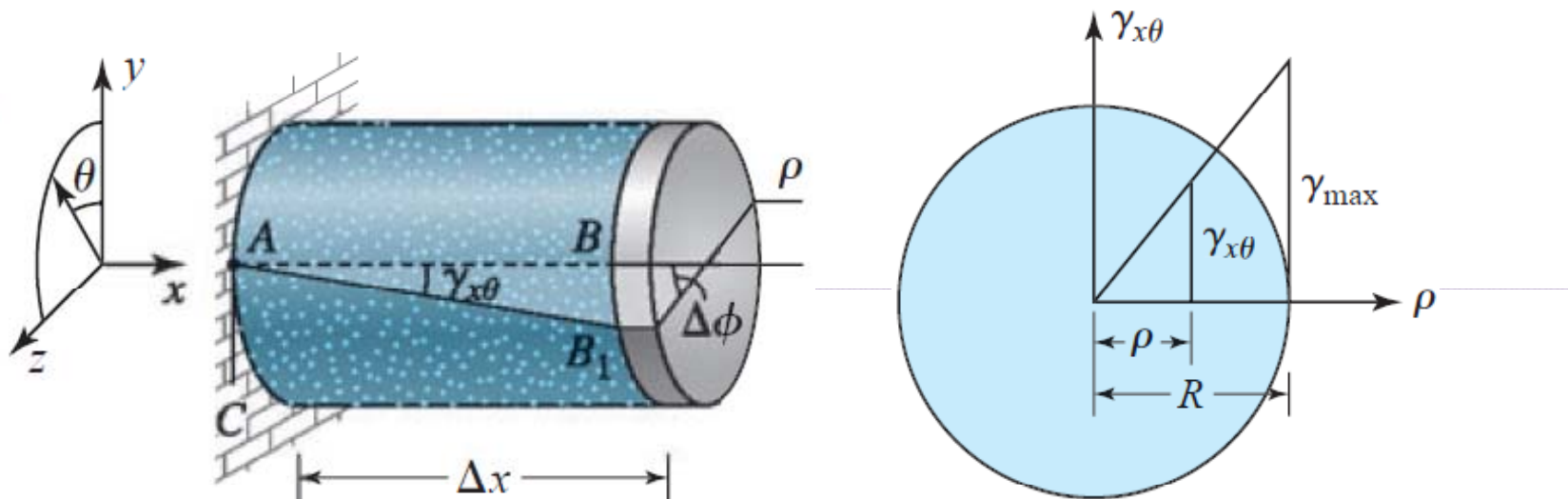


اما باید دقت نمود که کرنش مورد نظر در محاسبات، تغییر زاویه بین راستای محوری و مماس بر دایره میباشد. شروط ۱-۳ معادل فرض هر مقطع بصورت یک دیسک صلب که حول محور خود دوران مینماید میباشد. بنابراین با فرض تغییرشکل و کرنشهای کوچک میتوان کرنش برشی را مانند مثال دوم این فصل محاسبه نمود.

فرض ۴ کرنشها کوچک میباشند.

فصل پنجم - پیچش میله ها

شفت دایره ای زیر را در نظر بگیرید که قسمت سمت راست نسبت به قسمت سمت چپ دوران دارد. با استفاده از هندسه میتوان کرنش برشی را بدست آورد:



$$\tan \gamma_{x\theta} \approx \gamma_{x\theta} = \lim_{AB \rightarrow 0} \left(\frac{BB_1}{AB} \right) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\rho \Delta \phi}{\Delta x} \right) \quad \boxed{\gamma_{x\theta} = \rho \frac{d\phi}{dx}}$$

به ترم دوم در رابطه فوق "نرخ پیچش" گفته میشود که صرفاً تابعی از x میباشد، چرا که ϕ نیز فقط تابع x است. چنانچه فرضیات ۱-۴ معتبر باشند، رابطه فوق مستقل از مصالح میباشد.

فصل پنجم - پیچش میله ها

رابطه فوق نشان میدهد که کرنش برشی تابع خطی از مختصات شعاعی بوده و همانطور که در شکل سمت راست فوق مشخص است، در سطح بیرونی به بیشینه مقدار خود میرسد. رابطه زیر صورت دیگری از رابطه فوق میباشد:

$$\gamma_{x\theta} = \frac{\gamma_{\max} \rho}{R}$$

۲-۲ مدل مصالح

هدف در این بحث بررسی یک تئوری ساده برای پیچش شفتهای دایره ای میباشد که در این راستا ساده ترین مصالح ارائه شده توسط قانون هوک مورد استفاده قرار میگیرد:

فرض ۵) مصالح الاستیک خطی میباشند.

فرض ۶) مصالح ایزوتروپیک میباشند.

بنابراین با فرض قانون هوک:

$$\tau = G\gamma; \quad \tau_{x\theta} = G\rho \frac{d\phi}{dx}$$

فصل پنجم - پیچش میله ها

۲-۳ فرمولهای پیچش

$$d\phi/dx = cte \longrightarrow T = \int_A G\rho^2 \frac{d\phi}{dx} dA = \frac{d\phi}{dx} \int_A G\rho^2 dA$$

برای ساده تر شدن رابطه فوق با فرض ثابت بودن G در در مقطع، آنرا از انتگرال خارج مینماییم.

فرض ۶ مصالح در مقطع همگن میباشند.

بنابراین رابطه فوق بصورت زیر خلاصه میگردد که در آن J ممان اینرسی قطبی مقطع بشعاع R میباشد، GJ صلبیت پیچشی نامیده میشود:

$$J = \int_A \rho^2 dA = \frac{\pi}{2} R^4 = \frac{\pi}{32} D^4$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T}{GJ}$$

$$T = G \frac{d\phi}{dx} \int_A \rho^2 dA = GJ \frac{d\phi}{dx}$$

فصل پنجم - پیچش میله ها

$$\tau_{x\theta} = G\rho \frac{d\phi}{dx}$$

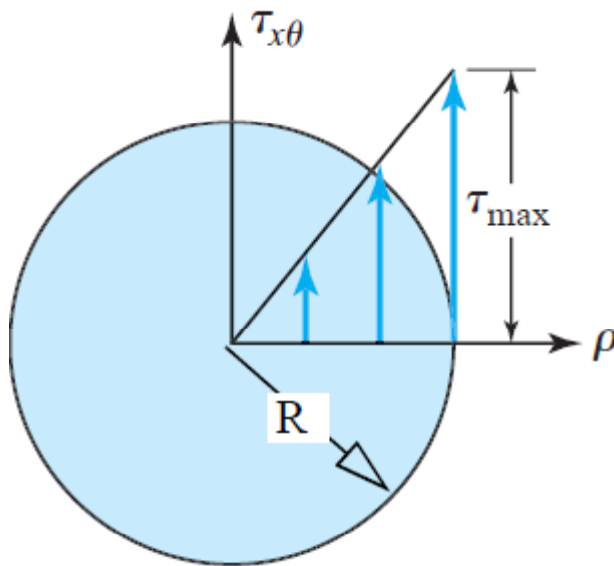
با جاگذاری رابطه فوق در رابطه زیر خواهیم داشت:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T}{GJ}$$



$$\tau_{x\theta} = \frac{T\rho}{J}$$

از آنجاییکه T و J در مقطع ثابت میباشند، بنابراین تنش برشی فقط تابعی از شعاع می باشد. تغییر زاویه میان مقاطع X_1 و X_2 نیز بصورت زیر تعریف میشود:



$$\phi_2 - \phi_1 = \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi = \int_{x_1}^{x_2} \frac{T}{GJ} dx$$

جهت ساده سازی فرمول فوق باید مقادیر T و J و G را از انتگرال خارج نمود.

فصل پنجم - پیچش میله ها

بنابراین فرضیات زیر در نظر گرفته میشوند:

فرض ۸ مصالح بین دو مقطع همگن میباشند (G ثابت است).

فرض ۹ شفت میان دو مقطع مورد بررسی مخروطی نمیباشد (J ثابت است).

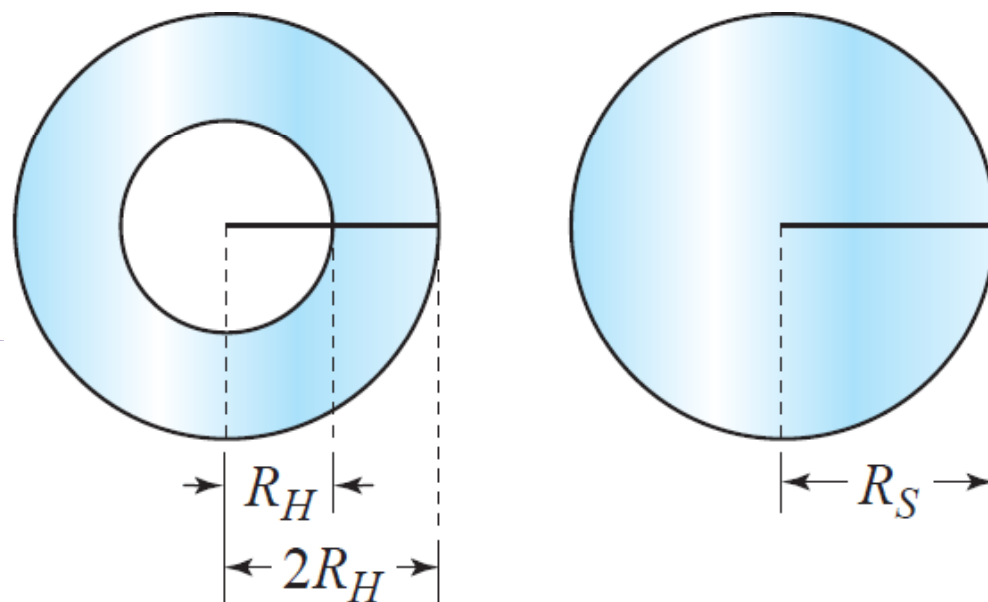
فرض ۱۰ ترک خارجی (و در نتیجه ترک داخلی) بین دو مقطع نسبت به X تغییر نمیکند (T ثابت است).

با فرضیات فوق، رابطه بصورت ساده تر زیر تبدیل میگردد:

$$\phi_2 - \phi_1 = \frac{T(x_2 - x_1)}{GJ}$$

فصل پنجم- پیچش میله ها

مثال (۴-۵) دو شافت شکل زیر از مصالح یکسان و دارای سطح مقطع مشابه میباشند. کدامیک از مقاطع زیر دارای ممان اینرسی قطبی بیشتری میباشند؟



حل: میتوان مقادیر شعاعها را بر حسب مساحت نوشت و سپس ممان اینرسی هر مقطع را محاسبه نموده و نسبت بیگدیگر سنجید (اندیس H مخفف واژه Hollow یا توخالی بوده و اندیس S مخفف واژه Solid یا توپر میباشد):

$$A_H = \pi[(2R_H)^2 - R_H^2] = A$$

$$R_H^2 = \frac{A}{3\pi}$$

$$A_S = \pi R_S^2 = A$$

$$R_S^2 = \frac{A}{\pi}$$

فصل پنجم- پیچش میله ها

ممان اینرسی قطبی برای شفتی که دارای شعاع داخلی R_i و شعاع خارجی R_o میباشد بصورت زیر محاسبه میگردد و با استفاده از رابطه بدست آمده، ممان اینرسی قطبی مقطع توخالی و سپس توپر محاسبه میگردد:

$$J = \int_A \rho^2 dA = \int_{R_i}^{R_o} \rho^2 (2\pi\rho) d\rho = \frac{\pi}{2} \rho^4 \Big|_{R_i}^{R_o} = \frac{\pi}{2} (R_o^4 - R_i^4)$$

$$J_H = \frac{\pi}{2} [(2R_H)^4 - R_H^4] = \frac{15}{2} \pi R_H^4 = \frac{15}{2} \pi \left(\frac{A}{3\pi} \right)^2 = \frac{5}{6} \frac{A^2}{\pi}$$

$$J_S = \frac{\pi}{2} R_S^4 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{A}{\pi} \right)^2 = \frac{A^2}{2\pi}$$

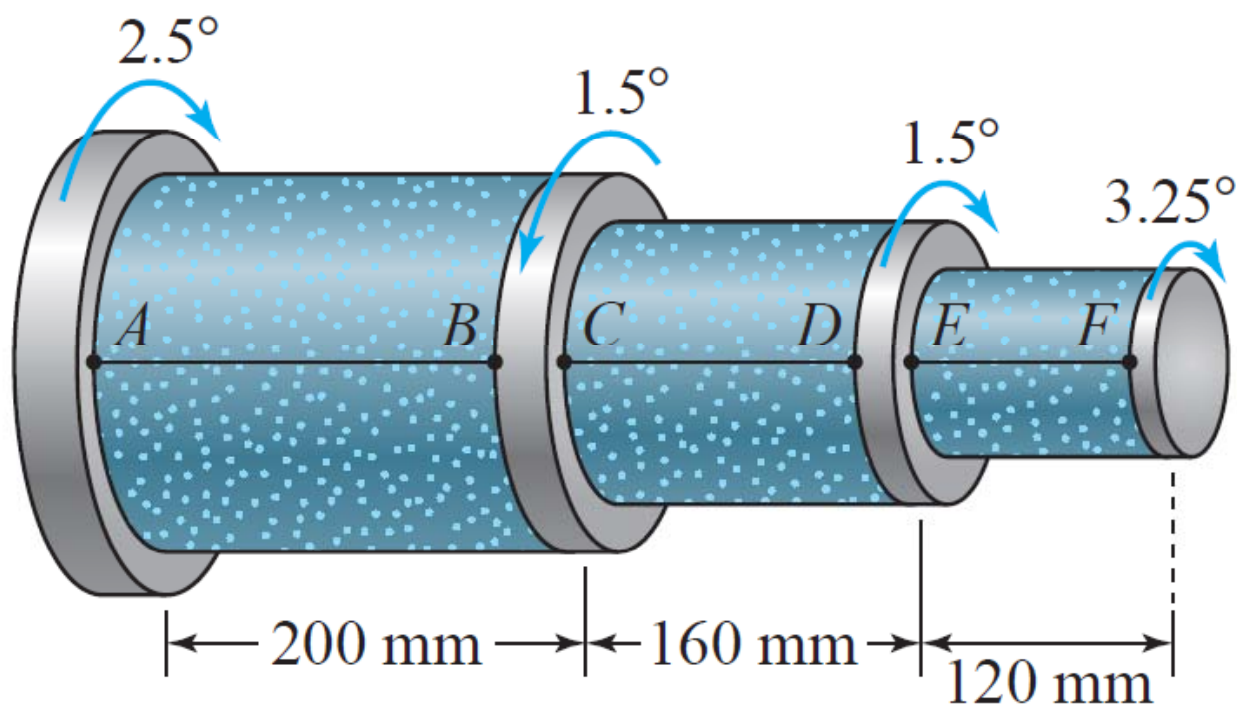
بنابراین ممان اینرسی قطبی مقطع توخالی بیش از ممان اینرسی قطبی مقطع توپر هم مساحت با آن میباشد:

$$\frac{J_H}{J_S} = \frac{5}{3} = 1.67$$

فصل پنجم- پیچش میله ها

مثال (۵-۵) سه شافت استوانه ای ساخته شده از رابر ساخت بطور محکم به صفحات صلب در انتهای خود متصل میباشند. شعاع آنها ۲۰، ۱۵ و ۱۰ میلیمتر میباشد. اگر صفحات صلب، با زوایای نشان داده شده در شکل چرخانده شوند، کرنش برشی متوسط هر بخش را با فرض مستقیم ماندن خطوط نشان داده شده در شکل محاسبه نمایید؟

حل: میتوان مقادیر تغییر زاویه بین مماس و خط رسم شده در راستای محوری را در هر بخش محاسبه نموده و مقدار کرنش برشی را محاسبه نمود. فرض نمایید دیسک سمت چپ، دیسک شماره یک و دیسک سمت راست، دیسک شماره ۴ میباشد.

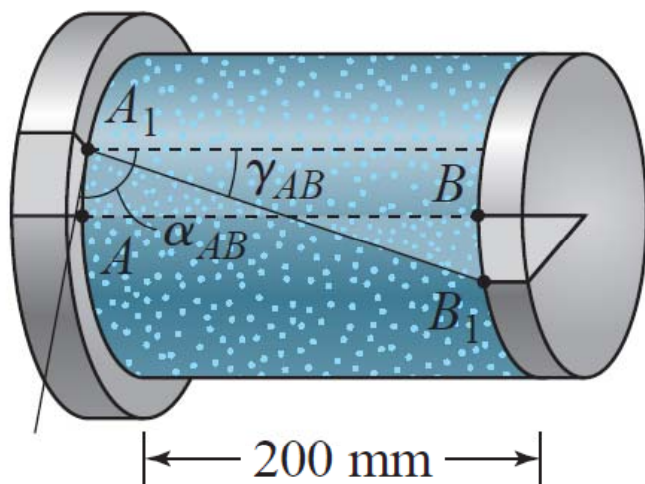


فصل پنجم- پیچش میله ها

$$\phi_1 = \frac{2.5^\circ}{180^\circ}(3.142 \text{ rad}) = 0.0436 \text{ rad} \quad \phi_2 = \frac{1.5^\circ}{180^\circ}(3.142 \text{ rad}) = 0.0262 \text{ rad}$$

$$\phi_3 = \frac{1.5^\circ}{180^\circ}(3.142 \text{ rad}) = 0.0262 \text{ rad} \quad \phi_4 = \frac{3.25^\circ}{180^\circ}(3.142 \text{ rad}) = 0.0567 \text{ rad}$$

شکلهای زیر، شکل تغییرشکل یافته هر یک از بخشها را نمایش میدهد.



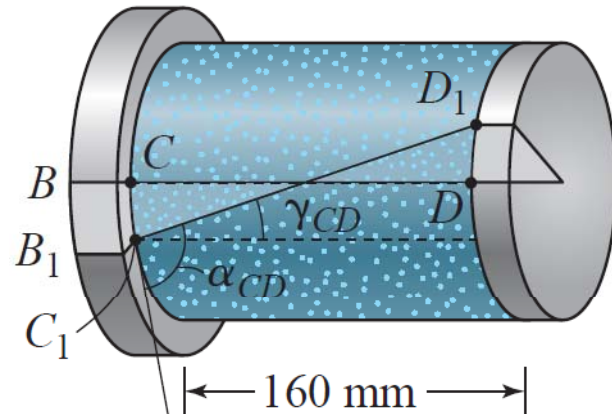
$$AA_1 = r_{AB}\phi_1 = (20 \text{ mm})(0.0436) = 0.872 \text{ mm}$$

$$BB_1 = r_{AB}\phi_2 = (20 \text{ mm})(0.0262) = 0.524 \text{ mm}$$

$$\tan |\gamma_{AB}| \approx |\gamma_{AB}| = \frac{AA_1 + BB_1}{AB} = \frac{0.872 \text{ mm} + 0.524 \text{ mm}}{200 \text{ mm}}$$

$$\gamma_{AB} = 6980 \mu\text{rad}$$

فصل پنجم- پیش میله ها

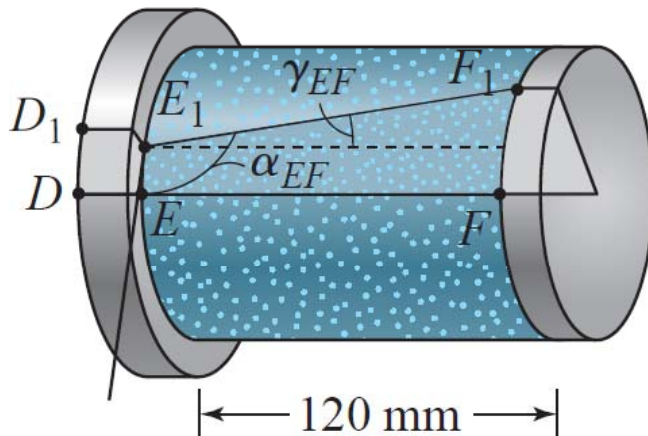


$$CC_1 = r_{CD}\phi_2 = (15 \text{ mm})(0.0262) = 0.393 \text{ mm}$$

$$DD_1 = r_{CD}\phi_3 = (15 \text{ mm})(0.0262) = 0.393 \text{ mm}$$

$$\tan|\gamma_{CD}| \approx |\gamma_{CD}| = \frac{CC_1 + DD_1}{CD} = \frac{0.393 \text{ mm} + 0.393 \text{ mm}}{160 \text{ mm}}$$

$$\gamma_{CD} = -4913 \mu\text{rad}$$



$$EE_1 = r_{EF}\phi_3 = (10 \text{ mm})(0.0262) = 0.262 \text{ mm}$$

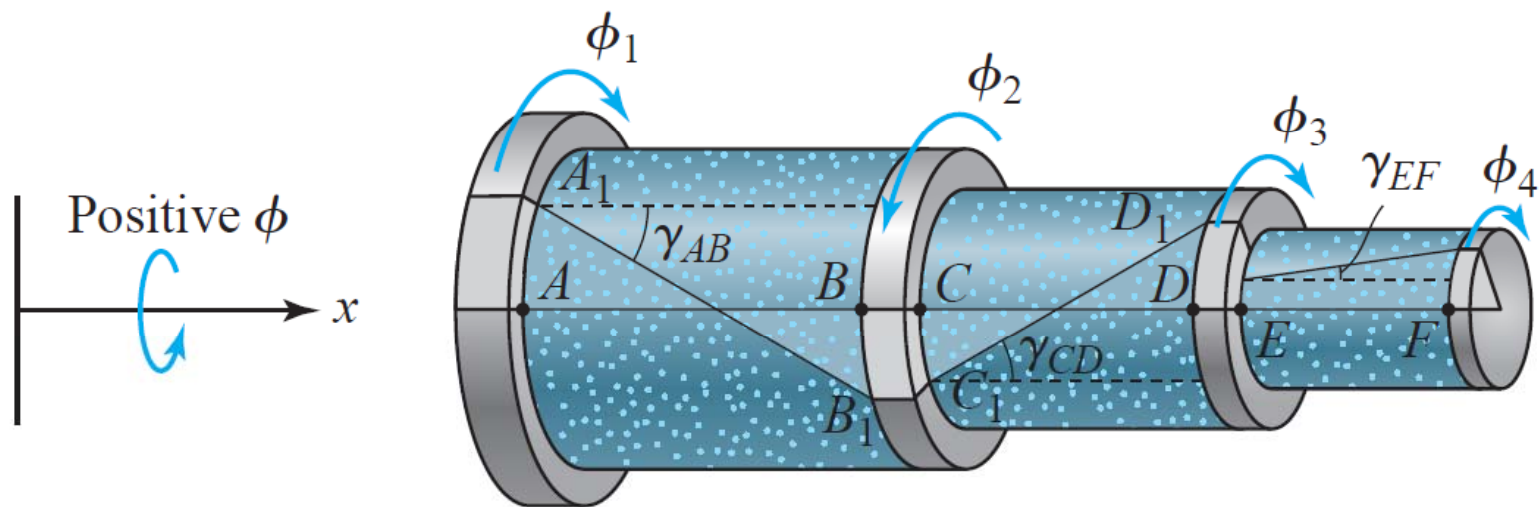
$$FF_1 = r_{EF}\phi_4 = (10 \text{ mm})(0.0567) = 0.567 \text{ mm}$$

$$\tan|\gamma_{EF}| \approx |\gamma_{EF}| = \frac{FF_1 - EE_1}{EF} = \frac{0.567 \text{ mm} - 0.262 \text{ mm}}{120 \text{ mm}}$$

$$\gamma_{CD} = -4913 \mu\text{rad}$$

فصل پنجم- پیچش میله ها

روش دوم حل: میتوان برای جهت دوران، علامت تعیین نمود و سپس در هر قطعه مقدار تغییرشکل نسبی را محاسبه نموده و سپس کرنش برشی را بدست آورد:



$$\phi_1 = -0.0436 \text{ rad}$$

$$\phi_2 = 0.0262 \text{ rad}$$

$$\phi_3 = -0.0262 \text{ rad}$$

$$\phi_4 = -0.0567 \text{ rad}$$

$$\Delta\phi_{AB} = \phi_2 - \phi_1 = 0.0698$$

$$\gamma_{AB} = \frac{r_{AB} \Delta\phi_{AB}}{AB} = \frac{(20 \text{ mm}) (0.0698)}{(200 \text{ mm})} = 0.00698 \text{ rad}$$

فصل پنجم- پیچش میله ها

$$\Delta\phi_{CD} = \phi_3 - \phi_2 = -0.0524$$

$$\gamma_{AB} = \frac{r_{AB} \Delta\phi_{AB}}{AB} = \frac{(20 \text{ mm}) (0.0698)}{(200 \text{ mm})} = 0.00698 \text{ rad}$$

$$\Delta\phi_{EF} = \phi_4 - \phi_3 = -0.0305$$

$$\gamma_{EF} = \frac{r_{EF} \Delta\phi_{EF}}{EF} = \frac{(10 \text{ mm}) (-0.0305)}{120 \text{ mm}} = -0.002542 \text{ rad}$$

$$\gamma_{AB} = 6980 \text{ } \mu\text{rad}$$

$$\gamma_{CD} = -4913 \text{ } \mu\text{rad}$$

$$\gamma_{EF} = -2542 \text{ } \mu\text{rad}$$