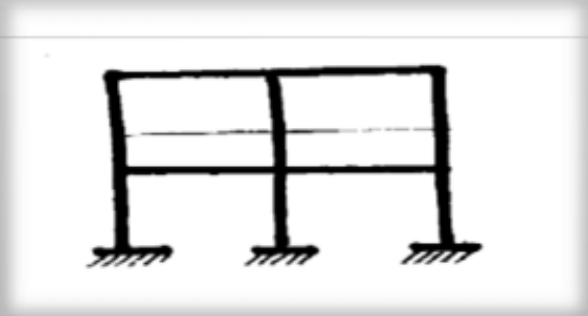
# آشنایی با مفاهیم طراحی سازه های فولادی

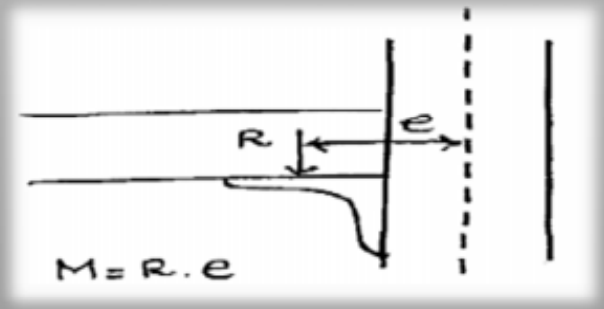
# جلسه پنجم

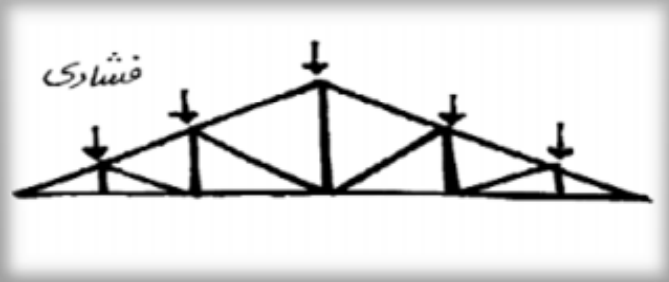
## طرح اعضای فشاری

# اعضاء فشاری
## ستونها



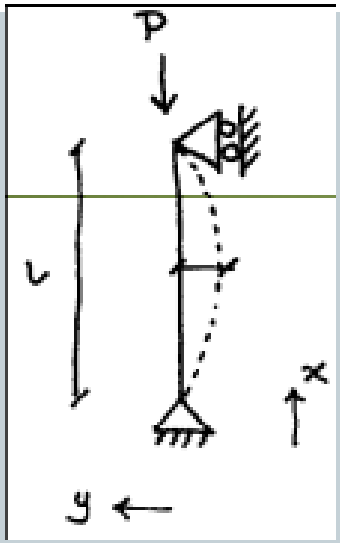
- این ستونها علاوه بر فشار لنگر خمشی را نیز تحمل می کند.

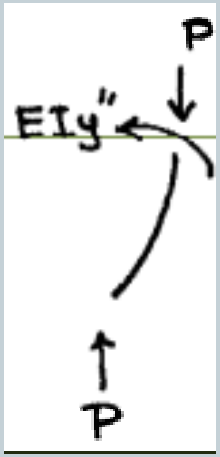



- لذا در این حالت اتصال ساده تیر به ستون نیز تا حدی لنگر خمشی به ستون منتقل می گردد.

# بررسی عضو دوسرمفصل تحت بارفشاری




فرضیات مدل کمانشی ستونها:

۱) قطعه فشاری کاملا مستقیم و بدون انحنای اولیه است

۲) مصالح را همگن فرض می کنیم.

۳) مقطع عضو در تمام طول یکسان باشد.

۴) از تنشهای پسماند صرفنظر می شود.

۵) مصالح، الاستو پلاستیک فرض می شود.

$$\sum M_o = 0$$

$$EIy'' + py = 0$$

$$y'' + \frac{p}{EI} y = 0 \rightarrow t^2 + \alpha^2 = 0 \qquad \begin{matrix} \alpha i \\ -\alpha i \end{matrix}$$

$$y = c_1 e^{-\alpha i} + c_2 e^{\alpha i}$$

$$y = A \sin \alpha X + B \cos \alpha X$$

با اعمال شرایط مرزی ستونها در تکیه گاه ها می توان ضرایب  را بدست آورد.

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \rightarrow B = 0 \end{cases}$$

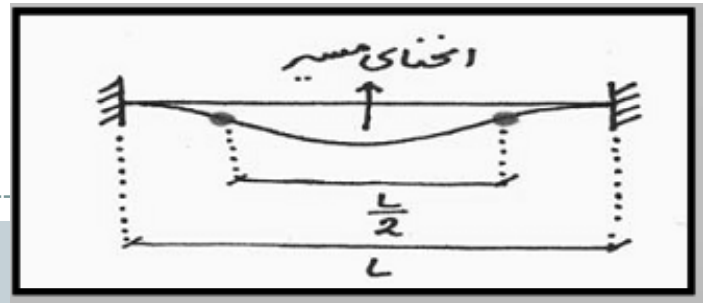
$$\begin{cases} x = L \\ y = 0 \rightarrow A\sin \alpha L = 0 \rightarrow \sin \alpha L = 0 \rightarrow \alpha L = n\pi \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \alpha^2 L^2 = n^2 \pi^2 \end{cases}$$

حال با جاگذاری به جای $\alpha^2$ برای بار بحرانی کمانش داریم:

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$$

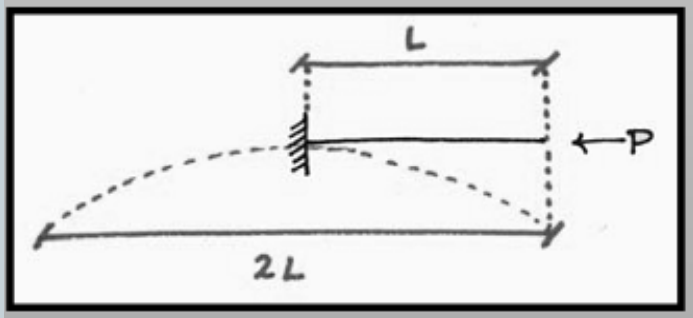
کوچکترین بار بحرانی کمانش (یا بار اولر) به ازای n=۱ بدست می آید:

$$n = 1 \rightarrow P_{cr} = P_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$



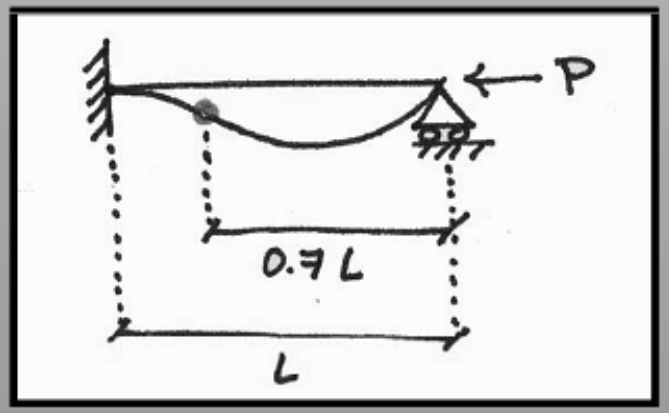

ستون دو سر گیردار:

$$\frac{L}{2} \rightarrow P_E = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$$




ستون یکسر گیردار:

$$2L \rightarrow P_E = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$$




ستون یکسر گیردار یکسر مفصل:

$$\cdot/\gamma L \rightarrow P_E = \frac{\pi^2 EI}{(\cdot/\gamma L)^2}$$

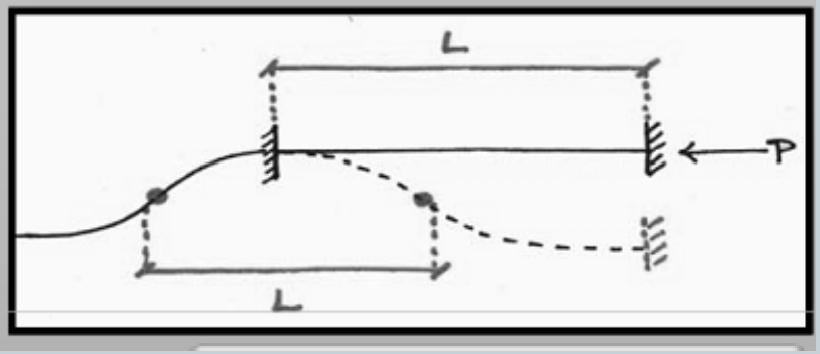
«لذا برای کلیه حالات می توان از $P_E = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$ استفاده کرد)

۱) برای ستونهای واقع در قابهای بدون حرکت جانبی (مهاربندی شده) ضریب K همواره بین ۰/۵و ۱ خواهد بود. بدترین حالت ضریب ۱ و بهترین حالت ۰/۵ است.

۲) برای ستونهای با حرکت جانبی (قابهای خمشی) که در آنها مهاربندی وجود ندارد ضریب K بزرگتر از ۱ است. بهترین حالت آن ۱ دو سر گیردار و بد ترین آنها برای دو انتها مفصل و ناپایدار است.

$$L \to P_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$K \to \infty \Rightarrow P_E = 0$$



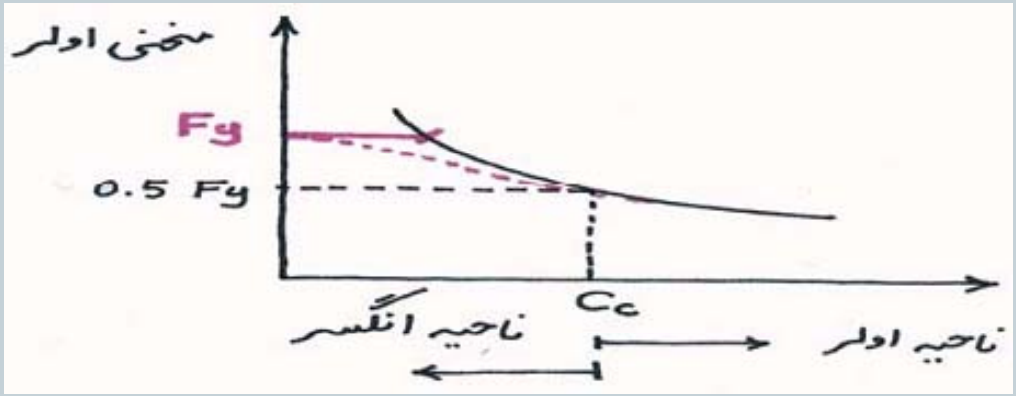
# ضریب طول موثر

| | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| شکل کمانش ستون به وسیله خط چین نشان داده شده است | | | | | | |
| مقادیر نظری K | ۰,۵ | ۰,۷ | ۱,۰ | ۱,۰ | ۰,۲ | ۲,۰ |
| مقادیر توصیه شده برای طراحی | ۰,۶۵ | ۰,۸۰ | ۱,۰ | ۱,۲ | ۲,۱ | ۲,۰ |
| شرایط انتهایی | چرخش گیر دار<br>چرخش آزاد<br>چرخش گیردار<br>چرخش | | | بدون انتقال<br>بدون انتقال<br>انتقال آزاد<br>انتقال آزاد | | |

# تنش کمانشی اولر

$$F_E = \sigma_E = \sigma_{cr} = \frac{P_E}{A} = \frac{\frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{K^2 L^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

# رابطه تنش اولر و لاغری



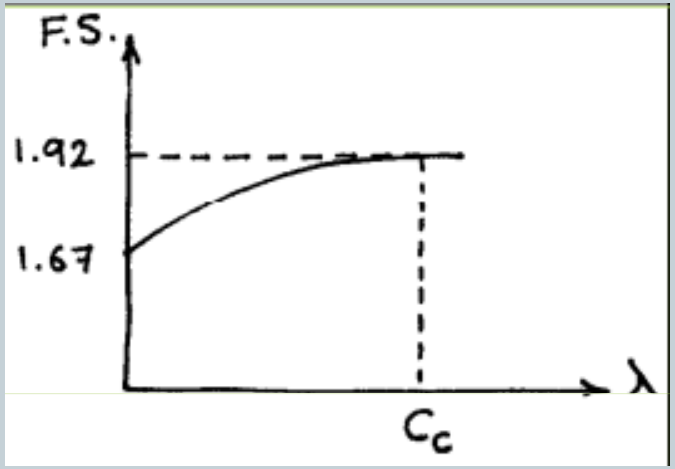

کمانش ارتجاعی کمانش غیرارتجاعی

برای لاغری کم تر از $C_c$ منحنی اولر دیگر صادق نیست و نوع دیگری مورد بررسی قرار می گیرد:

$$F_E = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \rightarrow 0.5\,Fy = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 E}{C_c^2}$$

$$C_c \rightarrow \sqrt{\frac{\pi^2 E}{0/5 Fy}} \rightarrow C_c = ۱۳۱$$ برای st 37

# ضریب اطمینان اعضای فشاری




$$\begin{cases} \lambda < C_c : F.S = \frac{۵}{۳} + \frac{۳}{۸}\left(\frac{\lambda}{C_c}\right) - \frac{۱}{۸}\left(\frac{\lambda}{C_c}\right)^۲ \\ \lambda \geq C_c : F.S = ۱/۹۲ \text{or} \quad \left(\frac{۲۳}{۱۲}\right) \end{cases}$$

# تنش مجاز فشاری

**تنش مجاز فشاری :** میزان تنش فشاری است که با اعمال ضرایب اطمینان بر تنش فشاری کمانشی در ستون بدست می آید.

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{F_{cr}}{F.S} = \dfrac{\left[1-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\lambda}{C_c}\right)^2\right]Fy}{\dfrac{5}{3}+\dfrac{3}{8}\left(\dfrac{\lambda}{C_c}\right)-\dfrac{1}{8}\left(\dfrac{\lambda}{C_c}\right)^3} \Leftarrow \lambda < C_c \\ \dfrac{F_{cr}}{F.S} = \dfrac{\dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2}}{1/92} = \dfrac{12}{23}\dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \dfrac{105\times 10^5}{\lambda^2} \Leftarrow \lambda \geq C_c \end{cases}$$

# اعضای فشاری

- کنترل نسبت $KL/r$
- محاسبه کمانش خمشی- پیچشی و لاغری معادل $(KL/r)_e$
- تعیین حداکثر لاغری
- محاسبه $Q_s$ و $Q_a$ بر مبنای نسبت های $b/t$ و $h/t_w$
- محاسبه تنش مجاز در روش ASD و یا نیروی حدی در روش LRFD بر مبنای نسبت $KL/r$

# اعضای فشاری

**ASD**

$$f_a = FX/A_g \leq F_a$$

**LRFD**

$$P_u = FX \leq \phi_c P_n = \phi_c A_g F_{cr}$$

Where $\phi_c = 0.85$

# محدودیت نسبت عرض به ضخامت برای اجزای فشاری

**ASD**

$$b/t = 95/\sqrt{F_y} \qquad h/t_w = 253/\sqrt{F_y}$$

**LRFD**

$$b/t = 0.56\sqrt{E/F_y} \qquad h/t_w = 1.49\sqrt{E/F_y}$$

# محدودیت نسبت عرض به ضخامت برای اجزای فشاری

با فرض $E = 29000\ \text{ksi}$

**ASD**

$$b/t = 95/\sqrt{F_y} \qquad h/t_w = 253/\sqrt{F_y}$$

**LRFD**

$$b/t = 95.36/\sqrt{F_y} \qquad h/t_w = 253.74/\sqrt{F_y}$$

# اعضای فشاری

**ASD** $KL/r \le C'_c$ (ASD E2-1 or A-B5-11)

$$F_a = \frac{Q\left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c'^2}\right]F_y}{\frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)}{8C_c'} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c'^3}}$$

Where $C_c' = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{QF_y}}$

**LRFD** (LRFD A-E3-2)

$$\lambda_c \sqrt{Q} \le 1.5$$

$$F_{cr} = Q\left(0.658^{Q\lambda_c^2}\right)F_y$$

Where $\lambda_c = \frac{KL}{r\pi}\sqrt{\frac{F_y}{E}}$

# اعضای فشاری

**ASD** $KL/r > C'_c$ (ASD E2-2)

$$F_a = \frac{12\pi^2 E}{23(KL/r)^2}$$

Where $C'_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{QF_y}}$

**LRFD**

$\lambda_c \sqrt{Q} > 1.5$ (LRFD A-E3-3)

$$F_{cr} = \left[\frac{0.877}{\lambda_c^2}\right] F_y$$

Where $\lambda_c = \frac{KL}{r\pi}\sqrt{\frac{F_y}{E}}$

# اعضای فشاری

## LRFD

$$F_{cr} = \left[\frac{0.877}{\lambda_c^2}\right] F_y$$

Where $$\lambda_c = \frac{KL}{r\pi}\sqrt{\frac{F_y}{E}}$$

$$F_{cr} = \left[\frac{0.877}{\left(\frac{KL}{r\pi}\sqrt{\frac{F_y}{E}}\right)^2}\right] F_y$$

$$F_{cr} = \frac{0.877\pi^2 E}{(KL/r)^2}$$

$$F_{cr} = \frac{20.171\pi^2 E}{23(KL/r)^2}$$

## ASD

$$F_a = \frac{12\pi^2 E}{23(KL/r)^2}$$

$$F_{cr} / F_a = 1.681$$

$$\text{LRFD } F_{cr} = \text{ ASD } F_a \times \underline{1.681}$$

## LRFD

$$F_{cr} = \frac{20.171\pi^2 E}{23(KL/r)^2}$$

## ASD

$$KL/r = \left( \frac{K_y L_Y}{r_y}, \frac{K_z L_z}{r_z}, \left( \frac{KL}{r} \right)_e \right)$$

(ASD C-E2-2)

Where $\left( \frac{KL}{r} \right)_e = \pi \sqrt{\frac{E}{F_e}}$

## LRFD

$$\lambda_c = \text{Maximum of } ( \lambda_{cy} , \lambda_{cz} , \lambda_e )$$

# LRFD

Where:

$$\lambda_{cy} = \frac{K_y L_y}{r_y \pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}}$$

$$\lambda_{cz} = \frac{K_z L_z}{r_z \pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}}$$

$$\lambda_e = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}}$$

# کمانش خمشی پیچشی

$$F_e = \left[ \frac{\pi^2 E C_w}{(K_x L_x)^2} + GJ \right] \frac{1.0}{I_y + I_z}$$

# محاسبه $Q_s$

## ASD

When $95/\sqrt{F_y/k_c} < b/t < 195/\sqrt{F_y/k_c}$

$$Q_s = 1.293 - 0.00309(b/t)\sqrt{F_y/k_c}$$

$$k_c = \frac{4.05}{(h/t)^{0.46}} \quad \text{if } h/t > 70, \text{ otherwise } k_c = 1.0$$

## LRFD

When $0.56\sqrt{E/F_y} < b/t < 1.03\sqrt{E/F_y}$

$$Q_s = 1.415 - 0.74(b/t)\sqrt{F_y/E}$$

با فرض $E = 29000 \ \text{ksi}$

## ASD

$$\text{When} \quad 95/\sqrt{F_y / k_c} < b/t < 195/\sqrt{F_y / k_c}$$

$$Q_s = 1.293 - 0.00309(b/t)\sqrt{F_y / k_c}$$

## LRFD

$$\text{When} \quad 95.36/\sqrt{F_y} < b/t < 175.4/\sqrt{F_y}$$

$$Q_s = 1.415 - 0.004345(b/t)\sqrt{F_y}$$

## ASD

$$\text{When} \quad b/t \geq 195/\sqrt{F_y / k_c}$$

$$Q_s = 26200 k_c / \left[ F_y (b/t)^2 \right]$$

## LRFD

$$\text{When} \quad b/t \geq 1.03\sqrt{E / F_y}$$

$$Q_s = 0.69E / \left[ F_y (b/t)^2 \right]$$

با فرض $E = 29000 \ \text{ksi}$

**ASD**

$$\text{When} \quad b/t \geq 195/\sqrt{F_y / k_c}$$

$$Q_s = 26200 k_c / \left[ F_y (b/t)^2 \right]$$

**LRFD**

$$\text{When} \quad b/t \geq 175.4/\sqrt{F_y}$$

$$Q_s = 20010 / \left[ F_y (b/t)^2 \right]$$

# محاسبه $Q_a$

## ASD

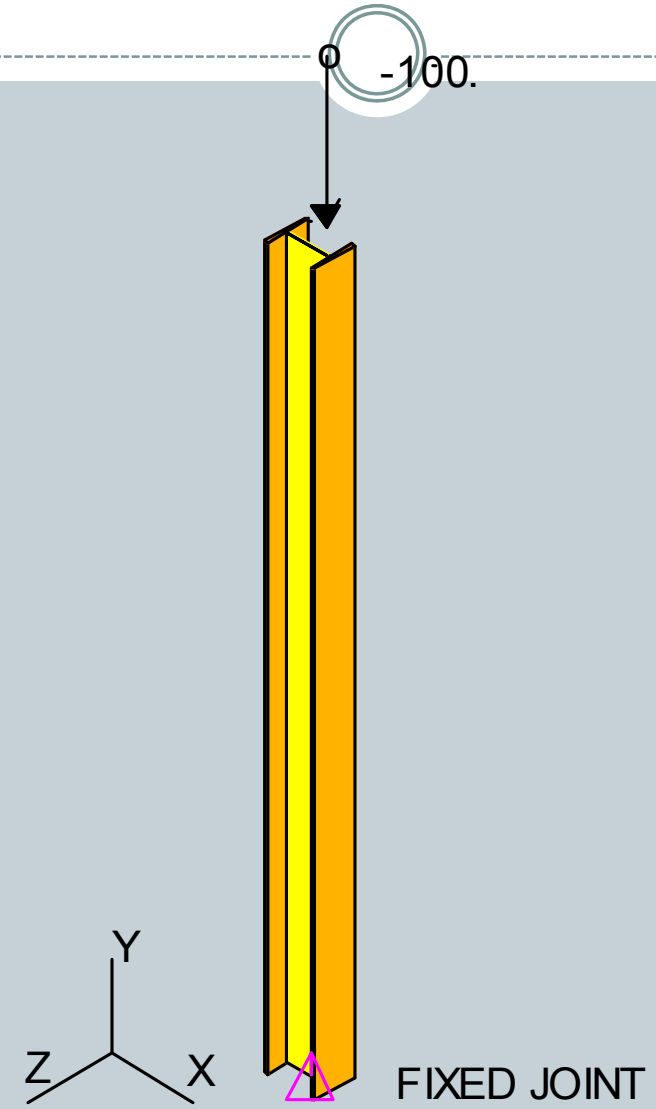
$$b_e = \frac{253t}{\sqrt{f}}\left[1 - \frac{44.3}{(b/t)\sqrt{f}}\right] \quad \leq \quad b$$

## LRFD

$$b_e = 1.91t\sqrt{\frac{E}{f}}\left[1 - \frac{0.34}{(b/t)}\sqrt{\frac{E}{f}}\right] \quad \leq \quad b$$

Assume $E = 29000$ ksi, $\qquad b_e = \frac{325.26t}{\sqrt{f}}\left[1 - \frac{57.9}{(b/t)\sqrt{f}}\right]$

# اعضای فشاری



# اعضای فشاری

- Member is 15 feet long
- Fixed at the bottom of the column and free at the top
- Loadings are:
  - Self weight
  - 100 kips compression force at the free end
  - Load combinations based on the ASD and LRFD codes
- Steel grade is A992
- Design based on the ASD and LRFD codes

# اعضای فشاری

**ASD**

W10x49 Actual/Allowable Ratio = 0.941

**LRFD**

W10x54 Actual/Limiting Ratio = 0.944

# اعضای فشاری

**ASD**

W10x49 Area = 14.4 in.²

*FX* = 100.734 kips Ratio = 0.941

**LRFD**

W10x54 Area = 15.8 in.²

*FX* = 160.967 kips Ratio = 0.944

# اعضای فشاری

Load Factor difference between LRFD and ASD

160.967 / 100.734 = 1.598

Equation Factor difference between LRFD and ASD

LRFD $F_{cr}$ = (1.681) × ASD $F_a$

Estimate required cross-sectional area for LRFD

$$\text{Area for LRFD} = 14.4 \times \frac{160.967}{100.734} \times \frac{1.0}{1.681} \times \frac{1.0}{0.85} \times \frac{0.941}{0.944} = 16.05$$

**LRFD** W10x54 Area = 15.8 inch

# اعضای فشاری

Code Check based on the **ASD9** and use W10x54

*FX* = 100.806 kips  Ratio = 0.845

Load Factor difference between LRFD and ASD

160.967 / 100.806 = 1.597

$$\text{LRFD Ratio computed from ASD} = 0.845 \times \frac{160.967}{100.806} \times \frac{1.0}{1.681} \times \frac{1.0}{0.85} = 0.944$$

**LRFD**  W10x54  Ratio = 0.944

# اعضای فشاری

**ASD**

Example # 1

Live Load = 100 kips

W10x49 Actual/Allowable Ratio = 0.941

**LRFD**

Example # 1

Live Load = 100 kips

W10x54 Actual/Limiting Ratio = 0.944

Example # 2

Dead Load = 50 kips

Live Load = 50 kips

W10x49 Actual/Limiting Ratio = 0.921

Code check W10x49 based on the ASD9

W10x49 Actual/Allowable Ratio = 0.941