

قابهای صلب معین استاتیکی



۱,۱ مقدمه

یک سازه وقتی پایدار است که تعادل را در نیرو و گشتاور حفظ کند. در نتیجه، ما از استاتیک می‌دانیم برای اینکه یک سازه در تعادل باشد؛

$$\sum Fy = 0; \sum Fx = 0; \sum Mi = 0; \quad (۱/۱)$$

که؛

$$\sum Fy = \text{برآیند نیروهای عمودی}$$

$$\sum Fx = \text{برآیند نیروهای افقی}$$

$$\sum Mi = \text{برآیند گشتاور مؤلفه‌های نیروی اعمال شده در صفحه‌ی x-y که از نقطه‌ی i عبور کرده‌اند.}$$

هنگامی که تعداد قیدها در سازه اجازه‌ی استفاده از معادله‌ی استاتیکی بالا را (معادله‌ی ۱,۱) برای آنالیز سازه بدهد، سازه به‌طور استاتیکی معین است. در غیر این صورت، به لحاظ استاتیکی نامعین است و معادلات اضافی (فرعی، تکمیلی) که از رابطه‌ی تغییر شکل بار به دست آمده‌اند باید برای آنالیز استفاده شوند. جهت اطلاع، دو روش شناخته شده برای آنالیز سازه‌های نامعین وجود دارد که عبارت‌اند از؛

۱. روش‌های انعطاف‌پذیری - هنگامی که سازه با توجه به نیروهای نامشخص آنالیز می‌شود.

۲. روش‌های سختی - هنگامی که سازه با توجه به جابه‌جایی‌های نامشخص آنالیز می‌شود.

سازه ممکن است به علت نیروهای مازاد عکس‌العمل یا اعضای مازاد نامعین باشد. درجه‌ی نامعینی (در این مقاله به‌عنوان RD نامیده می‌شود) برابر است با تعداد نیروها یا عکس‌العمل‌های خارجی مجهول عضو که از معادلات تعادل موجود برای حل آن‌ها بیشتر هستند.

۱,۲ قاب‌های صلب معین

در قاب‌های صلب، سیستم بار اعمال شده که شامل بارهای محوری، نیروهای برشی و گشتاورهای خمشی در اعضا است به تکیه‌گاه‌ها منتقل می‌شود. از آنجایی که سه مؤلفه‌ی عکس‌العمل برای تعادل استاتیکی نیاز است تعداد مجهولات مورد نیاز برابر است با؛

$$U = (3 \times m) + r \quad (1,2)$$

از آنجایی که سه معادله تعادل داریم، بنابراین؛

$$RD = (3m + r) - 3n - S \quad (1,3)$$

که؛

$$m = \text{تعداد اعضا}$$

$$r = \text{تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاه}$$

$$n = \text{تعداد گره‌ها}$$

$$S = \text{تعداد شرایط خاص (برای مثال مفصل داخلی)}$$

معادله‌ی دیگری که برای درجه‌ی نامعینی در قاب استفاده می‌شود عبارت است از؛

$$RD = R - e - S \quad (1,4)$$

که؛

$$R = \text{تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاه}$$

$$e = \text{تعداد معادلات تعادل (که ۳ می‌باشد)}$$

$$S = \text{تعداد شرایط خاص (برای مثال مفصل داخلی)}$$

هرگاه؛

$$RD = 0 \quad (\text{سازه به‌طور استاتیکی معین و پایدار است})$$

$$RD < 0 \quad (\text{سازه ناپایدار است})$$

$$RD > 0 \quad (\text{سازه به‌طور استاتیکی نامعین است})$$

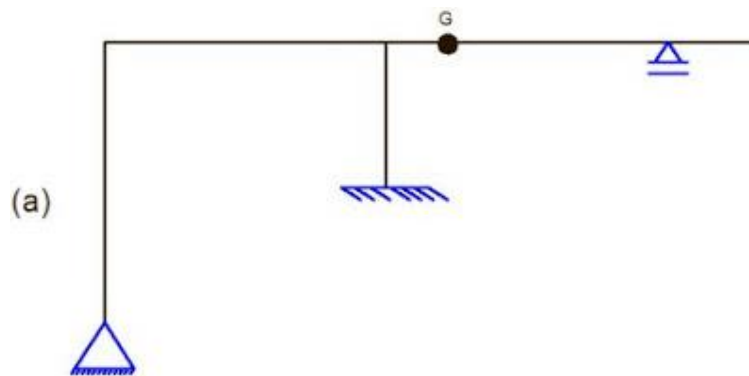
۱,۳ مثال حل شده

در قاب‌های نشان داده شده در شکل زیر، قاب‌های معین و نامعین از نظر استاتیکی را طبقه بندی کنید. تمام مفصل‌های داخلی با G نشان داده شد.

حل

با استفاده از معادله ۱,۳

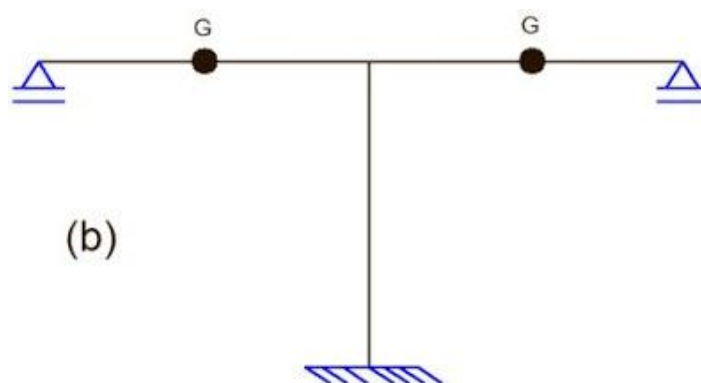
$$RD = (3m + r) - 3n - s$$



$$(a) m = 6, r = 6, n = 7, s = 1$$

$$RD = [3(6) + 6] - 3(7) - 1$$

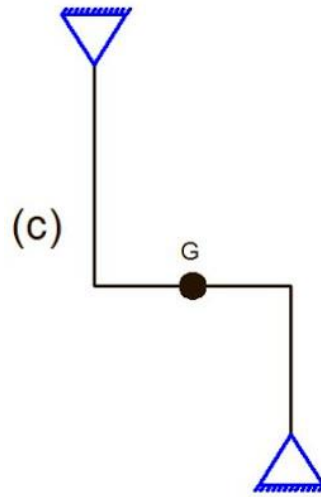
بنابراین قاب دو درجه (درجه دوم) نامعینی دارد.



$$(b) m = 5, r = 5, n = 6, s = 2$$

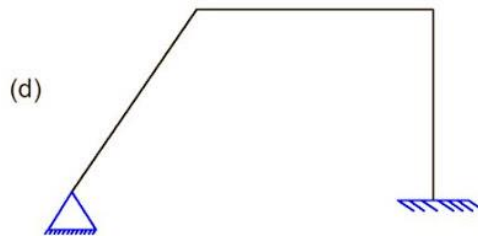
$$RD = [3(5) + 5] - 3(6) - 2 = 0$$

بنابراین قاب به‌طور استاتیکی معین است.



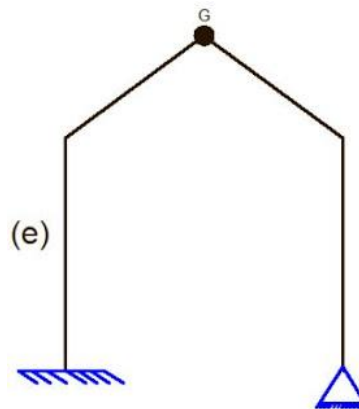
(c) $m = 4, r = 4, n = 5, s = 1$
 $RD = [3(4) + 5] - 3(4) - 1 = 0$

بنابراین قاب به طور استاتیکی معین است.



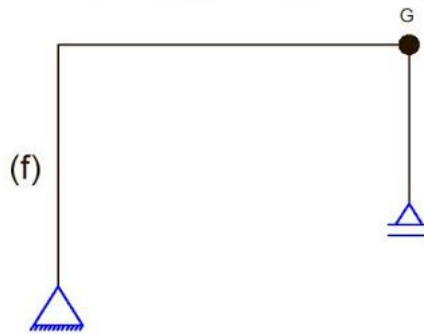
(d) $m = 3, r = 5, n = 4, s = 0$
 $RD = [3(5) + 5] - 3(4) - 0 = 2$

بنابراین قاب با دو درجه آزادی به طور استاتیکی نامعین است.



(e) $m = 4, r = 5, n = 5, s = 1$
 $RD = [3(4) + 5] - 3(5) - 1 = 1$

بنابراین قاب با یک درجه آزادی نامعین است.



(f) $m = 3, r = 3, n = 4, s = 1$
 $RD = [3(3) + 3] - 3(4) - 1 = -1$

بنابراین قاب ناپایدار است،

به عبارت دیگر با استفاده از رابطه ی ۱،۴:

$RD = r - e - s$

(a) $r = 6, e = 3, s = 1$

$RD = 6 - 3 - 1 = 2$

بنابراین قاب با دو درجه (درجه دوم) آزادی نامعین است،

(b) $r = 5, e = 3, s = 2$

$RD = 5 - 3 - 2 = 0$

بنابراین قاب به طور استاتیکی معین است.

(c) $r = 4, e = 3, s = 1$

$RD = 4 - 3 - 1 = 0$

بنابراین قاب به طور استاتیکی معین است.

(d) $r = 5, e = 3, s = 0$

$RD = 5 - 3 - 0 = 2$

بنابراین قاب با دو درجه آزادی به طور استاتیکی نامعین است.

(e) $r = 5, e = 3, s = 1$

$RD = 5 - 3 - 1 = 1$

بنابراین قاب با یک درجه آزادی نامعین است

(f) $r = 3, e = 3, s = 1$

$RD = 3 - 3 - 1 = -1$

بنابراین قاب ناپایدار است.

مترجم: انسیه صالحی

منبع:

<http://www.structville.com/2016/04/static-determinacy-of-rigid-frames.html>