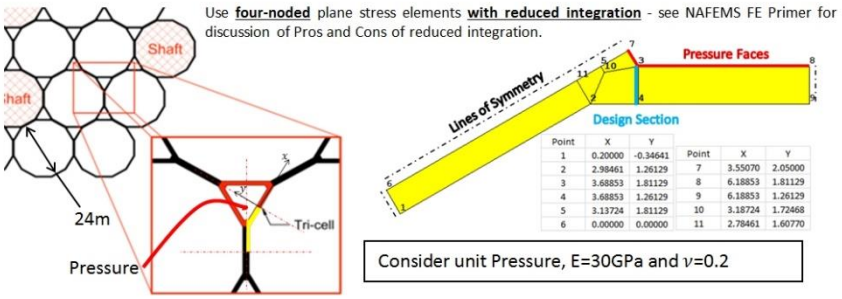
حادثه سکوی Sleipner – بررسی یک فاجعه ایجاد شده توسط کامپیوتر

در مقاله اخیر (NAFEMS: روزهای ابتدایی ژانویه ۲۰۱۶) Peter Bartholomew یکی از بنیان گذران NAFEMS در اوایل دهه ۱۹۷۰، یادآور شد که خطاهای کد نویسی و مدل سازی هر دو عادی هستند. در اوایل دهه ۱۹۹۰ چنین فاجعه‌ای در هنگام غرق شدن سکوی بتن مسلح Sleipner (A) در آبدره نروژ رخ داد. هیچ کس صدمه‌ای ندیده بود، ولی حادثه حدود ۷۰۰ میلیون دلار آمریکا خسارت به دنبال داشت. بعدها مشخص شد که مدل سازی المان محدود در محل دچار حادثه شده، کافی نبوده به طوری که نیروی برشی ۴۵٪ کمتر پیش‌بینی شده بود. بنابراین جزئیات مقاوم سازی منطقه تکیه‌گاهی بارگذاری کافی نبود. این واقعه که ۲۵ سال پیش رخ داد یادآور اهمیت عمل شبیه‌سازی است.

سکو شامل یک طرح زنبوری از میله‌ها و سلول‌های مثلثی بین آن‌ها بود. سلول‌های مثلثی تحت فشار هیدرواستاتیک از طرف آبدره بودند که باعث اختلاف فشار در دیوارهای سلول‌های مثلثی می‌شد. یک مدل اجزای محدود بنیادی که هندسه واقعی المان را تقریب می زند، شامل شش سلول مثلثی است که در شکل ۱ ارائه شده است و یک شبکه بتن مسلح یکنواخت باید برای بهبود راه حل، به کار گرفته شود.



Point	X	Y	Point	X	Y
1	0.20000	-0.34641	7	3.55070	2.05000
2	2.98461	1.26129	8	6.18853	1.81129
3	3.68853	1.81129	9	6.18853	1.26129
4	3.68853	1.26129	10	3.18724	1.72468
5	3.13724	1.81129	11	2.78461	1.60770
6	0.00000	0.00000			

شکل ۱ – میله‌ها و سلول‌های مثلثی و مدل اجزای محدود پایه

چالش

اغلب اولین گام در طراحی سازه‌های بتن مسلح، استفاده از مدل الاستیک خطی برای تعیین تنش‌های داخلی با توجه به بارهای اعمال شده است. سپس از این تنش‌ها برای تعیین تقویت مورد نیاز برای مهار نیرو استفاده می‌شود و عموماً این کار با توجه به مؤلفه‌های تنش (نیروی برشی، نیروی محوری و ممان در اینجا) در طول مقاطع بحرانی انجام می‌شود که این کار در جهت بهبود سازه است. سیستم های تجاری المان محدود معمولاً از اجزای محدود سازگاری استفاده می‌کنند که در آن فرض بر میدان‌های جابه‌جایی پیوسته است که از سازگاری جابه‌جایی کرنشی اطمینان حاصل می‌کند. تنش‌ها با روابط مناسب با کرنش‌ها رابطه دارند (قانون هوک در حالت الاستیک خطی). بقیه شرایط مانند تعادل تنش‌ها با بارهای اعمالی عموماً تنها به صورت ضعیفی با اجزای سازگار ارضا شده‌اند. این می‌تواند یک مشکل برای طراح مهندسی باشد ولی با ارائه یک شبکه اصلاح شده کافی، نبود تعادل باید کوچک باشد.

در این چالش از شما پرسیده می‌شود که چگونه می‌توان به بهترین شکل به یک دسته مؤلفه‌های تنش متعادل بر روی مقطع طراحی شناسایی شده در شکل ۱ دست پیدا کرد در حالی که از تکنیک‌های زیر استفاده شود:

- خطی سازی تنش – این لینک را مطالعه کنید:

www.ramsay-maunder.co.uk/benchmark-challenge/stress-linearisation/

- نیروهای گرهی – این نیروها در تعادل با نیروهای اعمالی هستند.
- محاسبات دستی – بر اساس روابط استاتیکی و سینماتیکی.
- تنش نقطه گاوس – مراجع زیر را ببینید:

http://www.e-periodica.ch/digbib/view?var=true&pid=bse-cr-۰۰۲:۱۹۹۶:۱۵::۱۲۷۱۰۸۳

http://www.ramsay-maunder.co.uk/stress-linearisation-article--contact/

از خواننده درخواست می‌شود که یک گزارش مختصر در مورد جزئیات مطالعاتی که انجام داده است و نتایجی که به دست آورده است تهیه کند و لیستی از نتایج عملی برای مهندسان را هم نتیجه گیری کند.

دلیل اصلی این چالش

این چالش به این دلیل جذاب است که به اشتباهی نگاه می‌کند که در تحلیل‌های واقعی در سکوی Sleipner اتفاق افتاده است و به ما یادآوری می‌کند که هنگام مواجهه با نتایج اجزای محدود باید توجه زیادی کرد.

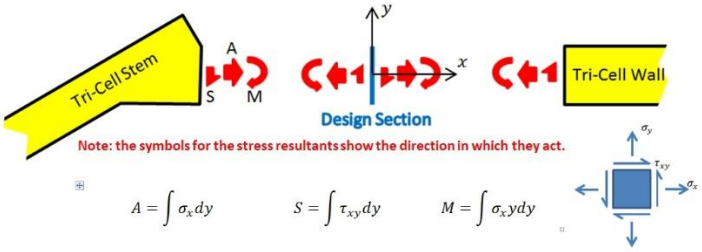
به عنوان مهندسی که مسئول تعیین تقویت برای یک سکو هستید شما باید قادر باشید که مقاطع بحرانی که در آن مؤلفه‌های تنش ماکسیمم است را تعیین کنید. اگر در این مقاطع تقویت کافی وجود نداشته باشد تا در مقابل بارها مقاومت کند، طراحی شکست خواهد خورد. مهندس اغلب می‌تواند به صورت تجربی محل این مقاطع، مؤلفه برش در سلول مثلثی و اندازه مؤلفه معین استاتیکی را پیش‌بینی کند. مؤلفه‌های تنش نامعین استاتیکی را نمی‌توان به راحتی به دست آورد، به خصوص برای سازه‌های پیچیده و مهندس باید از روش‌های تحلیل سازه‌ای مناسب استفاده کند.

اگر تحلیل سازه‌ای با استفاده از یک اجزای محدود سازگار استاندارد (CFE) انجام شود، مهندس در نهایت یک دسته نیروهای گرهی با تعادل قوی و یک دسته میدان تنش اجزای محدود با تعادل ضعیف خواهد داشت که باید از طریق آن‌ها مؤلفه‌های تنش را تعیین کند. این پاسخ روش‌هایی برای به کار بردن این مقادیر برای به دست آوردن مولفه‌های تنش و همچنین دقت آن‌ها را بررسی می‌کند. همچنین نگاهی هم به خواص تنش‌های نقطه گاوس خواهیم داشت و بعضی از ابهاماتی که در مورد خواص این تنش‌ها وجود دارد را برطرف خواهیم کرد.

Henry Petroski در کتاب فوق‌العاده‌اش «الگوهای طراحی: تاریخ موردی خطرها و قضاوت‌ها در مهندسی»، در مورد یک مشاهده بحث می‌کند که حداقل در مورد پل‌ها، عمده شکست‌ها در فواصل زمانی ۳۰ ساله قرار دارند. دلیل این موضوع خلأ ارتباط بین یک نسل مهندسی و نسل بعدی عنوان شده است.

مؤلفه‌های تنش

این مؤلفه‌ها همان نیروها و ممان‌هایی هستند که به دلیل تنش‌ها در مقطع به وجود می‌آیند. مقطع بحرانی طراحی در مدل Sleipner بین تنه و دیوار است (شکل ۱) و می‌تواند ایزوله شود، یعنی به عنوان یک جسم آزاد به گونه‌ای که در شکل ۲ نشان داده شده است، در نظر گرفته شود. نیروی محوری، نیروی برشی و ممان را در این صورت می‌توان در هر طرف نشان داد. تنش وارده روی هر مقطع می‌تواند به صورت یکنواخت در مقطع برای تعیین مؤلفه‌های تنش در نظر گرفته شود.



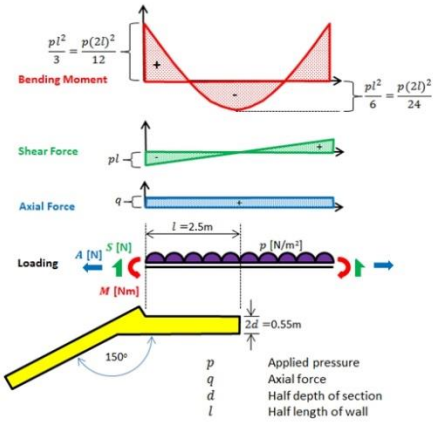
شکل ۲ – مؤلفه‌های تنش در مقطع طراحی (بردار یکه به داخل صفحه فرض شده است)

مؤلفه برشی دقیقا با فرض تقارن و در نظر گرفتن تعادل استاتیکی به دست آمده است. مؤلفه نیروی محوری و ممان به لحاظ استاتیکی نا معین هستند و مقادیر دقیق آن‌ها به انعطاف‌پذیری نسبی بین بدنه و دیوار بستگی دارد. این دو را می‌توان با تحلیل اجزای محدود تخمین زد.

لازم به ذکر است که ایده‌های خطی سازی تنش در صنعت مخازن تحت فشار توسعه پیدا کرده است که در آن آیین نامه ها مهندسان را ملزم می‌کنند که مؤلفه‌های تنش را در مقاطع بحرانی که خطوط طبقه‌بندی تنش (SCL) نامیده می‌شوند را تخمین بزنند. در این چالش SCL نشان داده شده در شکل‌های ۱ و ۲ برای ما مطلوب است.

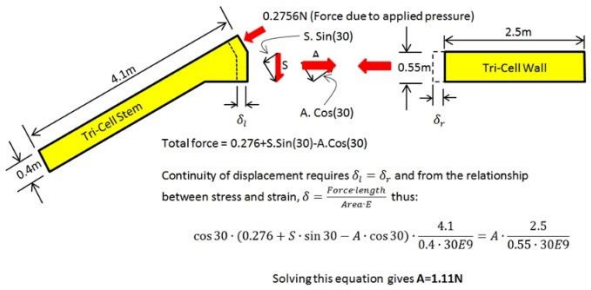
مؤلفه‌های تنش در محاسبات دستی

همیشه خوب است مهندسان هر جا که امکانش باشد مؤلفه‌های تنش را با محاسبات دستی تخمین بزنند. بارگذاری روی دیوار سلول مثلثی، به همراه دیاگرام‌های نشان‌دهنده توزیع نیروی محوری، نیروی برشی و ممان خمشی در طول دهانه تیر در شکل ۳ نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که مؤلفه ممان برابر ممان گیرداری است. این در صورتی درست خواهد بود که بدنه سلول مثلثی صلب باشد و بنابراین برای بدنه قابل انعطاف هم ممان گیرداری یک تخمین محافظه‌کارانه از ممان واقعی خواهد بود.



شکل ۳ – محاسبات دستی برای مؤلفه‌های تنش برش و ممان

مؤلفه تنش محوری را می‌توان با در نظر گرفتن پیوستگی جابه‌جایی‌ها (سینماتیک) در مقطع طراحی تخمین زد (شکل ۴ را ببینید).



شکل ۴ – محاسبات دستی برای مؤلفه تنش محوری

ترکیب کامل مؤلفه‌های تنش محاسبه شده با دست در جدول ۱ نشان داده شده است. مؤلفه برش دقیق است، مؤلفه ممان محافظه‌کارانه است و مؤلفه محوری غیر محافظه‌کارانه است زیرا بخشی از بدنه سلول مثلثی صلب فرض شده است.

	Beam
Axial	1.11N
Shear	2.5N
Moment	2.083Nm

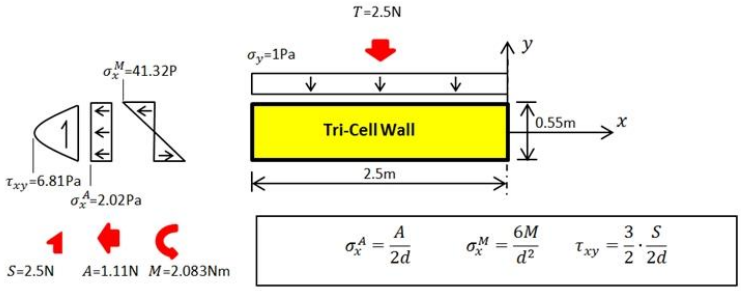
جدول ۱ – مؤلفه‌های تنش با محاسبات دستی

لازم به ذکر است که مؤلفه‌های تنش به دست آمده در فوق برای طراحی سلول مثلثی کاملاً کافی هستند. با این وجود مهندسان Sleipner چنین کنترلی را انجام نداده بودند که در مراجعی که برای جایگزینی سکوی خراب شده هم با استفاده از محاسبات دستی استفاده شده بود این موضوع ثابت شد. با اذعان به اینکه تحلیل مهندسی در همین نقطه متوقف می‌شود، باید برای دقیق‌تر شدن مؤلفه‌های تنش با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری بدنه از تحلیل اجزای محدود برای سلول مثلثی استفاده کنیم.

بازبینی و تائید سیستم اجزای محدود

قبل از اینکه هر تحلیل اجزای محدودی را انجام بدهیم بهتر است ابتدا اطمینان حاصل کنیم که نوع المان استفاده شده برای سیستم اجزای محدود انتخابی به درستی عمل می‌کند. علاوه بر این که کنترل سیستم اجزای محدود ساده است، چنین مشکلات تأییدی به مهندس فرصت درک نحوه کار یک المان مشخص را می‌دهد؛ مثلاً در سطح تقویت مش که نیاز به بهبود تنش‌های دقیق است. در صورتی که یک مسئله اساسی را بتوان پیدا کرد که مشابه مسئله واقعی در نظر گرفته شده باشد می‌توان یک درک اولیه از نحوه کار سازه پیدا کرد.

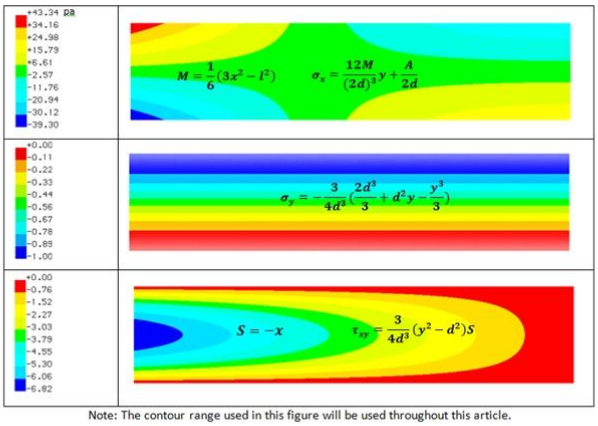
با توجه به این که نسبت دهانه به عمق دیوار سلول مثلثی تقریباً بزرگ است، پس نظریه خمش مهندس را می‌توان معتبر در نظر گرفت؛ تاثیر تغییر شکل برشی کم خواهد بود. در صورتی که مساله خاصیت ارتجاعی صفحه باشد، مولفه‌های تنش را می توان به صورت تنش‌های معمول برای تیرها که در شکل ۵ نشان داده شده است توزیع کرد.



The shear stress distribution is assumed to be parabolic so that the peak value, at the centre of the section, is 1.5 times the average value.

شکل ۵ – شرایط مرزی استاتیکی برای دیواره مدل جزئی سلول مثلثی

مؤلفه تنش محوری در طول دهانه تیر تغییر نمی‌کند در حالی که مؤلفه برش به صورت خطی در طول دهانه تغییر کرده و مؤلفه ممان هم به صورت درجه دو به صورتی که در شکل ۳ نشان داده شده است تغییر خواهد کرد. در هر نقطه x در طول دهانه تنش برشی به صورت درجه دو در طول یک مقطع (با x ثابت) تغییر می‌کند و تنش محوری به دلیل وجود ممان به صورت خطی تغییر می‌کند. تنش‌های محوری و برشی ممکن است بر حسب مؤلفه تنش نوشته شوند که این میدان‌ها در شکل ۶ نشان داده شده‌اند.

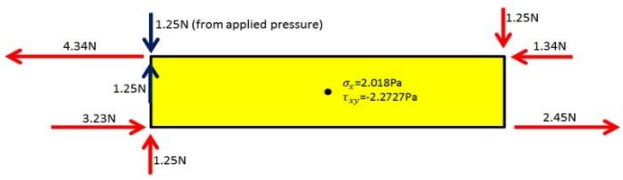


Note: The contour range used in this figure will be used throughout this article.

This solution for the axial and shear stress may be derived using an Airey Stress Function approach – see, for example, E.J. Hearn, 'Mechanics of Materials', Vol. 2, 2nd Edition, p699, Pergamon, (1985).

شکل ۶ – توزیع‌های تنش برشی و محوری برای مدل جزئی دیوار سلول مثلثی

نیروهای گرهی ثابت برای مدل یک عضو دیوار سلول مثلثی در شکل ۷ نشان داده شده‌اند. نیروهای نشان داده‌شده به رنگ آبی، به دلیل یکنواختی توزیع بار و برش حذف شده و بنابراین در ترکیب نهایی نیروهای ثابت ظاهر نمی‌شوند. المان چهار گرهی با انتگرال کاهش یافته، یک انتگرال منفرد یا نقطه گاوس در مرکز عضو دارد و تنش‌های اجزای محدود (برشی و محوری) در شکل نشان داده شده‌اند.



شکل ۷ – نیروهای گرهی ثابت برای یک مدل یک عضوی مدل جزئی دیواره‌ی سلول مثلثی

تطابق نیروی برشی نهایی در انتهای سمت چپ با مؤلفه تنش برشی همان گونه که انتظار می‌رفت، مطلوب است. با این وجود در صورتی که سیستم اجزای محدود تنها نیروهای گرهی اصلی را نشان دهد، کمی نگران کننده است و مهندس نباید به سادگی تنها مؤلفه برش در انتهای سمت چپ را کنترل کند!

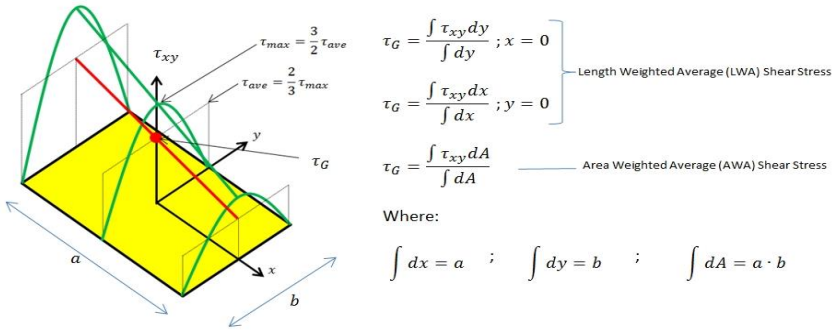
تنش‌های به دست آمده از نقطه گاوس مرکزی مدل اجزای محدود با مقادیر دقیق جدول دو مقایسه شده‌اند.

	FE	Exact
σ_x	2.018	2.018
τ_{xy}	-2.273	-3.409

جدول ۲ – مقایسه تنش‌ها در مرکز مدل جزئی دیواره‌ی سلول مثلثی (نیوتون بر متر مربع)

تنش محوری مدل اجزای محدود (FE) دقیق است، در حالی که تنش برشی دقیق نیست. شایان ذکر است که تنش محوری در مرکز دیوار سلول مثلثی هم برابر میانگین آن در طول مقطع است که دلیل آن مؤلفه تنش محوری است. همین وضعیت باید برای تنش برشی هم درست باشد، یعنی در صورتی که تنش برشی دقیق در مرکز به اندازه ۲/۳ کاهش داده شودتا مقدار میانگین در طول نشان داده شود، مشاهده می‌شود که تنش برشی اجزای محدود، مانند تنش محوری، میانگین توزیع دقیق در طول مقطع مرکزی است.

پس یک ویژگی جذاب نقطه گاوس را دیدیم؛ اما مهندس محتاط ممکن است بپرسد که این حالتی کلی است یا برای این شکل خاص مورد مطالعه این حالت اتفاق می‌افتد. به دلیل آنکه تنش برشی به صورت خطی در جهت دهانه تیر تغییر می‌کند، پس از مقداری تامل به نتیجه‌گیری دیگری منجر می‌شود که تنش نقطه گاوس برابر با میانگین مقدار در یک نقطه در وسط مقطع در جهت دهانه هم هست. به علاوه تنش نقطه گاوس برابر با میانگین مقدار برای تمام عضو است! این ایده‌ها در شکل ۸ که یک نمودار تنش برشی برای مقطع در جهت دهانه دیواره‌ی سلول مثلثی ارائه شده است نشان داده شده است.



شکل ۸ – توزیع تنش برشی خطی در طول دهانه، درجه دوم در عرض

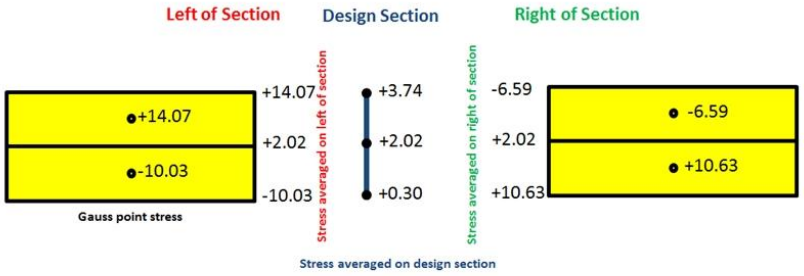
روش دیگری برای پیدا کردن مؤلفه‌های تنش از مدل اجزای محدود وجود دارد که در آن باید از تنش‌های اجزای محدود در طول مقطع انتگرال گرفت. این روش به نام خطی سازی تنش شناخته می‌شود.

خطی سازی تنش

روشی است که در تحلیل اجزای محدود برای به دست آوردن مؤلفه‌های تنش بر روی یک مقطع مطلوب مانند مقطع طراحی استفاده می‌شود. این روش همان انتگرال نشان داده شده در شکل ۲ است، اما بر روی تنش اجزای محدود و با استفاده از روش انتگرال‌گیری عددی اعمال می‌شود. این روش از صنعت مخازن تحت فشار گرفته شده است که در آن آیین نامه ها می‌خواهند

که مؤلفه‌های تنش در مقاطع بحرانی در یک مدل اجزای محدود متقارن کنترل شود. هنگام استفاده از این مقطع مهم است که تنش‌ها در سیستم مختصات نرمال و مماس با مقطع مطلوب در نظر گرفته شوند. در غیر این صورت مؤلفه‌های تنش نمی‌توانند به خوبی ارزیابی شوند.

در مثال دیواره سلول مثلثی، تنش مستقیم موازی با یک مقطع (Sy) در مؤلفه‌های تنش تأثیری ندارد و مقدار خطی سازی شده آن معنی عملی ندارد. مشابه آن مشخصه‌های تنش (تنش‌های اصلی، تنش فون میسز و ...) جهت‌های مختلف دارند یا هیچ جهتی در طول مقطع ندارند و بنابراین درک معنای فیزیکی مقادیر خطی سازی شده این کمیت‌ها مشکل است. درک نحوه خطی سازی تنش در طول مقطع ارزشمند است و تنش‌های محوری برای دو عضو در شکل ۹ نشان داده شده است. به خاطر داشته باشید که در این شکل مقطع طراحی، مقطعی است که در نیمه راه دیواره سلول مثلثی است و مقطع تعریف شده در شکل ۱ نیست.

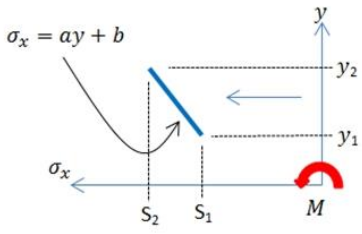


Note that the design section shown above is not in the same position as that of figure 1. The current design section is being used simply as an example of how stress linearisation can lead to different stress resultants depending on whether it is performed to the left or right of the section or using averaged values on the design section itself.

شکل ۹ – تنش محوری میانگین گرهی در دو طرف و در مقطع طراحی نمونه

تنش‌های اجزای محدود در نقطه گاوس مرکزی عضو شروع می‌شوند. سپس به صورت یک میدان یکنواخت به گره‌های المان و با تنها یک تنش مرکزی واحد تعمیم داده می‌شوند که به این معنی است که گره‌ها تنش مشابهی را سبب می‌شوند. تنش‌ها به عنوان تنش‌های غیر میانگین گرهی شناخته می‌شوند. سپس می‌توان این تنش‌های غیر میانگین را در بین گره‌های عضو انتخاب شده میانگین گرفت؛ بنابراین برای مقطع طراحی می‌توان تنها المان‌های سمت چپ مقطع، سمت راست مقطع یا المان‌های هر دو طرف مقطع را در نظر گرفت. تنش‌های میانگین گرهی برای هر کدام از این سه حالت در شکل نشان داده شده‌اند. سپس می‌توان در سمت چپ مقطع، مقطع طراحی و در سمت راست مقطع طراحی، خطی سازی تنش را انجام داد و تغییرات تنش در هر کدام از آن‌ها در هر قسمت خطی خواهد بود.

به عنوان مثال برای نحوه انجام خطی سازی تنش، معادلات یک تغییر تنش خطی برای ارزیابی مؤلفه ممان در شکل ۱۰ ارائه شده‌اند. معادلات را می‌توان در یک فایل صفحه گسترده (Excel) نوشت و ممان هر قسمت از توزیع تکه‌ای را تعیین کرد. سپس ممان کل با جمع تمام ممان‌ها از هر تکه به دست می‌آید. مقادیر مورد استفاده در محاسبه مؤلفه ممان در مقطع طراحی که از شکل ۹ گرفته شده‌اند، در جدولی در زیر شکل نشان داده‌شده است. خطی سازی تنش ممان را ۰,۰۸۷ نیوتون متر به دست می‌آورد. این مقدار را می‌توان با مقدار واقعی که می‌توان با استفاده از معادله ممان به صورت تابعی از محل محور که در شکل ۵ داده شده است به دست آورد، مقایسه کرد. این معادله ممان را ۰,۲۶۰ نیوتون متر می‌دهد و همان گونه که مشاهده می‌کنید تفاوت زیادی با مقدار به دست آمده با اجزای محدود (از خطی سازی) دارد و تقریباً سه برابر آن است. این یک نمونه آشکار از این حقیقت است که تنش‌های اجزای محدود از اجزای با جابه‌جایی سازگار عموماً در تعادل با بارهای اعمالی، نیستند.



$$M = \int \sigma_x \, y dy = \left[\frac{ay^3}{3} + \frac{by^2}{2}\right]_{y_1}^{y_2} = I_{y_2} - I_{y_1}$$

where:

$$a = \frac{s_2 - s_1}{y_2 - y_1}$$

$$b = s_1 - a y_1$$

$$I_{y_1} = \frac{a y_1^3}{3} + \frac{b y_1^2}{2}$$

$$I_{y_2} = \frac{a y_2^3}{3} + \frac{b y_2^2}{2}$$

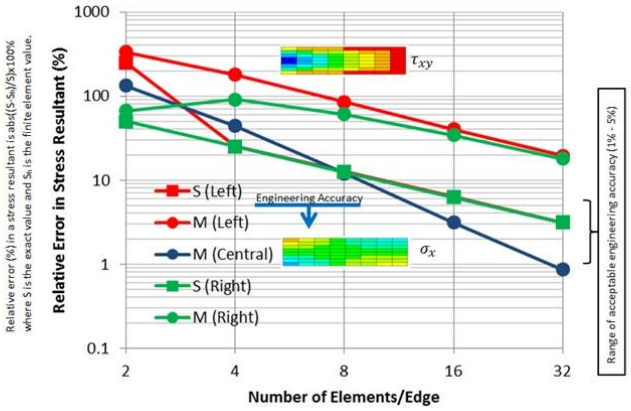
y_1	y_2	S_1	S_2	a	b	I_{y_2}	I_{y_1}	I_{y_2}-I_{y_1}
-0.275	0	0.297	2.018	6.258	2.018	0.000	0.033	-0.033
0	0.275	2.018	3.740	6.262	2.018	0.120	0.000	0.120
								0.087Nm

شکل ۱۰ – خطی سازی تنش برای مؤلفه تنش ممان از تنش با تغییرات خطی

با معلوم بودن مؤلفه‌های تنش مقطع مرکزی دیواره سلول مثلثی، خطاهای مؤلفه‌های تعیین شده از خطی سازی تنش اجزای محدود را می‌توان ارزیابی کرد. نتایج یک مطالعه بر روی مؤلفه‌های تنش مرکزی در شکل ۱۱ نشان داده شده‌اند که خطای نسبی را هم (در شکل تعریف شده است) نسبت به تعداد اجزا در فضای لگاریتمی ترسیم کرده است.

مؤلفه برش حتی برای ضخیم‌ترین مش‌ها دقیق است و در نتیجه در شکل نیامده است. برای مش‌های ضخیم به نظر می‌رسد که بین مؤلفه‌های تنش در سه مقطع سازگاری وجود نداشته باشد. با این وجود چون مش درشت نیست، مؤلفه‌های ارزیابی شده در اطراف مقطع طراحی همگرایی دارند. در حالت مش غیر درشت مؤلفه‌های محاسبه‌شده در مقطع طراحی نسبت به دو طرف مقطع دقت بیش‌تری دارند و همگرایی سریع‌تری دارند (مؤلفه برش دقیق است). چون مؤلفه‌های تنش دقیق برای مسئله معلوم است می‌توانیم نموداری مانند شکل ۱۱ را رسم کنیم که خطا را نشان می‌دهد. وقتی مؤلفه‌های دقیق نامعلوم باشند، مهندس محاسب با سه دسته مؤلفه روبه‌رو است که با هم تفاوت دارند و همه آن‌ها هم با احتمال یکسانی خطا دارند.

در این مثال دقت مهندسی منطقی (که در اینجا کمتر از ۵٪ در نظر گرفته شده است) تنها با ریزترین مش به دست آمده است و تعداد اعضا (۳۲ عضو در لبه مدل) ممکن است به نظر اغلب مهندسان محاسب تقریباً زیاد در نظر گرفته شده باشد. در نظر داشته باشید که در صورتی که به جای مقطع طراحی مرکزی، مؤلفه ممان از یکی از دیگر طرفین مقطع مورد استفاده قرار بگیرد، حتی در ریزترین مش‌ها هم خطای ۲۰٪ باقی خواهد ماند. این سطح از دقت مطمئناً برای اهداف مهندسی در عمل غیرقابل قبول است. از شکل می‌توان فهمید که همگرایی تا مشی با چهار المان به سمت شکل خطی نمی‌رود؛ ممان محاسبه شده در سمت راست مقطع طراحی برای این مش برای مش با دو لبه خطای بزرگ‌تری دارد. این نوع رفتار برای مدل‌های خیلی درشت که در آن به چنین رفتاری همگرایی پیش مجانبی می‌گویند، معمول نیست.

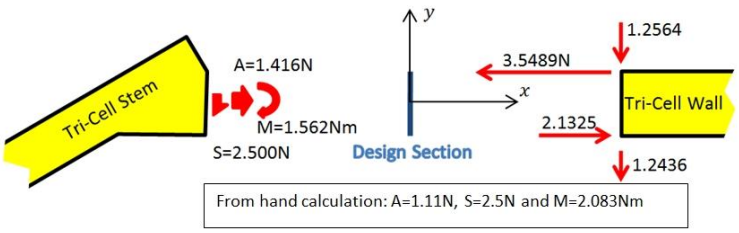


شکل ۱۱ – همگرایی خطا در مؤلفه‌های تنش برش و ممان (از خطی سازی)

بعد از بررسی روش‌های مختلف برای به دست آوردن مؤلفه‌های تنش از مدل اجزای محدود بر روی مدل جزئی دیواره سلول مثلثی، حالا باید مدل کامل سلول مثلثی (شکل ۱) را بررسی کنیم.

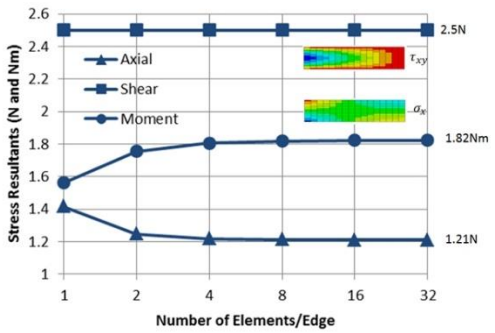
تحلیل سلول مثلثی Sleipner

یک تحلیل اولیه بر روی مش پایه شکل ۱ انجام شد. نیروهای گرهی در انتهای دیواره سلول مثلثی در شکل ۱۲ نشان داده شده‌اند و مؤلفه‌های تنش هم با استفاده از این نیروهای گرهی به دست آمده است و می‌توان آن‌ها را با مؤلفه‌های به دست آمده از محاسبات دستی مقایسه کرد.



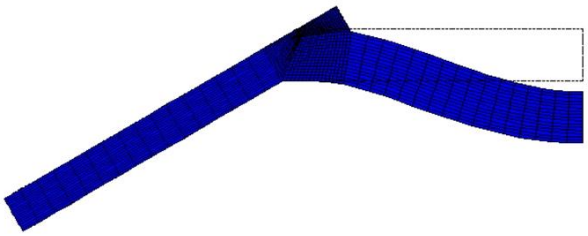
شکل ۱۲ – مؤلفه‌های تنش برای مدل سلول مثلثی

چون مؤلفه‌های تنش ممان و محوری نامعین استاتیکی هستند، با تقویت مش همگرا خواهند شد و این موضوع در شکل ۱۳ نشان داده شده است. با همگرایی این مؤلفه‌ها افزایش ۱۰٪ در آن‌ها اتفاق می‌افتد.



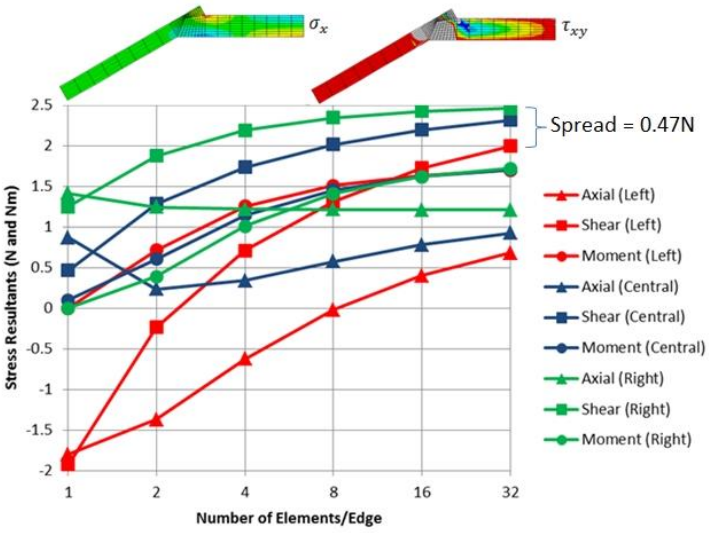
شکل ۱۳ – همگرایی مؤلفه‌های تنش محاسبه شده از نیروهای گرهی

با مقایسه مؤلفه‌های تنش همگرا شده برای مدل کلی با مؤلفه‌های مشاهده شده در مدل جزئی، مؤلفه برش کاملاً تطابق دارد. مؤلفه تنش محوری ۱۰٪ در مدل کامل بزرگ‌تر ست و این می‌تواند به دلیل قسمت صلب بدنه باشد که در محاسبات دستی این کمیت در نظر گرفته نشده است. مؤلفه ممان برای تمام مدل حدود ۰٫۸۷۵ برابر مؤلفه ممان مدل جزئی است و این مقداری است که انتظارش هم می‌رفت، زیرا بدنه سلول مثلثی به مقدار کمی خواهد چرخید. این موضوع در شکل ۱۴ که شکل تغییر مکان را نشان می‌دهد دیده می‌شود.



شکل ۱۴ – شکل جابه‌جایی بزرگ شده (مش با ۱۶ المان)

به همان صورتی که خطی سازی تنش برای محاسبه مؤلفه‌های تنش در مقطع و سمت چپ و راست مقطع طراحی به کار رفت، برای کل مدل هم انجام شده و همگرایی مؤلفه‌ها در شکل ۱۵ نشان داده شده است.

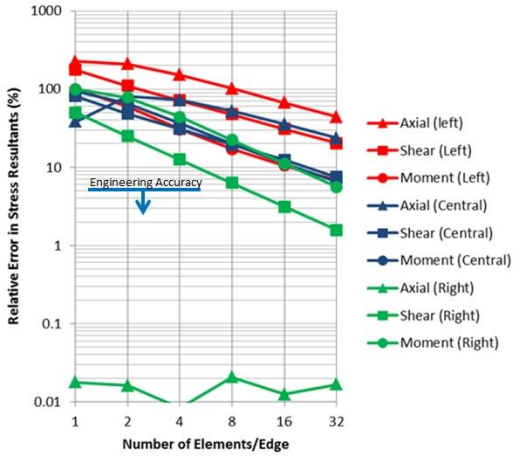


شکل ۱۵ – همگرایی مؤلفه‌های تنش محاسبه‌شده از خطی سازی تنش

برای مش‌های درشت علامت مؤلفه‌های برشی و محوری در سمت چپ مقطع طراحی غلط است و حتی برای مش‌های ریزتر تفاوت قابل توجهی باقی می‌ماند که به محل انجام خطی سازی بستگی دارد – ۰٫۴۷ برای برش که می‌دانیم مقدار واقعی آن ۲٫۵ نیوتون است و نشان دهنده تفاوت ۲۰٪ است.

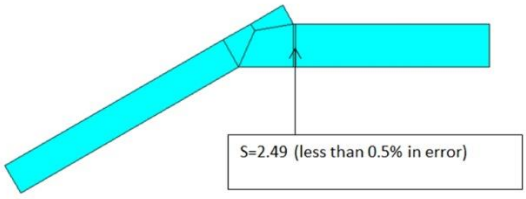
با توجه به اینکه مؤلفه‌های تنش دقیق برای هر مش معلوم است (شکل ۱۳) خطا در مقادیر خطی سازی تنش را می‌توان تعیین کرد و این خطاها در شکل ۱۶ رسم شده‌اند. خطا در مؤلفه‌های تنش از خطی سازی قابل توجه بوده و در ریزترین مش‌ها تنها مؤلفه‌های برش و محوری در سمت راست مقطع طراحی قابل قبول هستند. در صورتی که مهندس مقدار دقیق مؤلفه‌ها را از نیروهای گرهی محاسبه نکند باید از شکل ۱۵ استفاده کند که مقادیر ارائه شده در آن حداقل رضایت‌بخش نیستند.

بنابراین برای به دست آوردن مؤلفه‌های تنش دقیق خطی سازی تنش باید تقویت مش قابل توجهی داشته باشد حتی برای میدان‌های تنشی که در یک تیر تحت بار با توزیع یکنواخت می‌بینیم – شکل ۱۱ را ببینید. وقتی مقطع طراحی به سمتی که نقطه تکین تنش می‌رود، نتایج با حضور تکین بودن آلوده شده و گرفتن تصمیم مهندسی خوب در مورد داده‌های به دست آمده غیرممکن می‌شود.



شکل ۱۶ – همگرایی خطا در مؤلفه‌های تنش محاسبه شده از خطی سازی تنش

با استفاده از ایده این مسئله تنش نقطه گاوس، برای یک عضو بدون انحراف، مقدار دقیق میانگین برش در مقطع را می‌دهد و می‌توان مش را به گونه‌ای اصلاح کرد که یک عضو لاغر مجاور مقطع طراحی قرار بگیرد. همان گونه که در شکل ۱۷ هم می‌بینید، مؤلفه تنش برشی شکل گرفته از نقطه گاوس در بازه ۰٫۵٪ مقدار واقعی است.



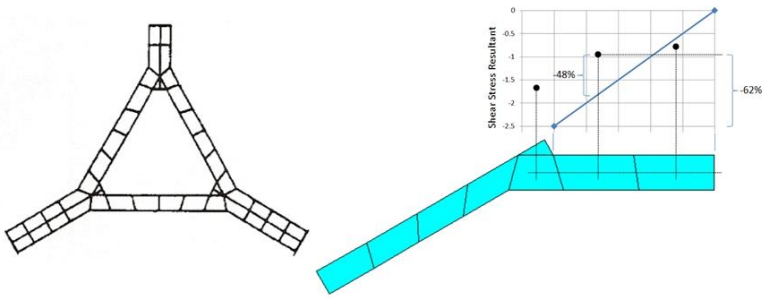
شکل ۱۷ – همگرایی مؤلفه‌های تنش برش و ممان

روشی که شرح داده شد فرض می‌کند که هیچ اطلاعی از توزیع تنش در طول دیواره سلول مثلثی نداریم. با کشف راه‌حل‌های نظری برای مشخصات مشابه با دیواره سلول مثلثی امروزه می‌دانیم که تنش برشی در طول دیواره با دو مقدار ثابت به صورت خطی تغییر می‌کند و می‌توان مقطع طراحی را به وسیله آن‌ها برون‌یابی کرد. این مقادیر را می‌توان از مش پایه به دست آورد، زیرا مقدار در مرکز دیوار سلول مثلثی (کامل) صفر و در نقطه یک چهارم (نقطه گاوس برای مش پایه) مقدار ۲٫۲۷۲۷ نیوتون بر متر مربع است. برونیابی کردن برای مقطع طراحی یک میانگین ۴٫۵۴۵۴ نیوتون بر متر مربع را می‌دهد که با انتگرال‌گیری در طول ضخامت با ۲٫۵ نیوتون می‌رسیم!

نتیجه‌گیری

این مقاله نتیجه مزیت دست کشیدن از تحلیل واقعی را قبل از درک درست از مسئله و نحوه مدل‌سازی آن به صورت اجزای محدود نشان داد. مهندسان Sleipner این کار را بعداً انجام دادند و متوجه شدند که راه‌حل اصلاً نیازی به مدل‌سازی اجزای محدود نداشته است و محاسبات دستی کافی بوده است. آن‌ها همچنین فهمیدند که تنش‌های برشی نقطه گاوس هنگامی که اجزا مستطیلی باشد تنها در مقادیر برش مقطعی میانگین دقیق است. برای نشان دادن این نکته شکل ۱۸ مؤلفه‌های تنش برشی

محاسبه شده در تنش‌های نقطه گاوس را برای یک مش از المان منحرف شده مشابه با المان استفاده شده توسط مهندسان Sleipner نشان می‌دهد. خطای مؤلفه تنش در مقطع در نقطه گاوس حدود ۴۸٪ و در صورتی که مقدار به عنوان بدترین مؤلفه برش استفاده شود باعث ۶۲٪ خطا در مقدار مقطع طراحی خواهد شد.



شکل ۱۸ – همگرایی مؤلفه‌های تنش برش و ممان

شاید تعجب‌آور باشد که تنش نقطه گاوس به انحراف عضو هم حساس است اما در واقعیت این چیزی جز یک هم‌زمانی خوب نیست که تنش‌ها برای عضو مستطیلی بدون انحراف و تحت بار در نظر گرفته شده دقیق هستند.

دلیل این که چنین مش درشتی توسط مهندسان Sleipner استفاده شد این بود که کل سازه به صورت اعضای هشت وجهی هشت گرهی مدل‌سازی شده بودند و با منابع محاسباتی در دسترس، چنین مشی مورد نیاز بود. وقتی که از چنین مش درشتی استفاده می‌شود، در نظر گرفتن مدل‌های فرعی در نواحی مطلوب هم معمولی است. با این وجود در صورتی که این کار انجام می‌شد همان گونه که در راه‌حل‌های نظری هم نشان داده شد نیاز به درجه بالایی از ریز بودن مش داریم تا تنش برشی حداکثر مؤلفه‌های تنش را با دقت منطقی مهندسی از طریق خطی سازی تنش به دست بیاوریم.

جالب است بدانید که خطای موجود در محاسبات مؤلفه‌های تنش به وسیله خطی سازی تنش خطا در تعادل مؤلفه‌های تنش است زیرا آن‌ها با مقادیری مقایسه می‌شوند که در تعادل با بارهای اعمالی هستند. این طبیعت اجزای محدود سازگار درجه پایین است که در عمده سیستم‌های اجزای محدود تجاری از آن استفاده می‌شود. تنش‌ها تعادل کمی دارند و برای به دست آوردن مؤلفه‌های تنش متعادل نیاز به درجه ریزی بالای مش داریم. همچنین توجه کنید که در این حالت تنش‌ها و در نتیجه مؤلفه‌ها به نظر می‌رسد که از قبل از مقدار واقعی با هم همگرا می‌شوند به گونه‌ای که نتیجه‌ها اشتباه و غیر محافظه‌کارانه است. همچنین نشان داده شده است که در صورت استفاده از نیروهای گرهی حداقل برای مؤلفه‌های تنش چه تعادل قوی‌ای برقرار می‌شود و کارایی ضعیف خطی سازی تنش با میدان تنش غیرم تعادل و ناسازگار نشان داده شد. پس روش نیروهای گرهی باید روش مورد علاقه مهندسان محاسب باشد.

در مدل Sleipner ، مقطع طراحی در یک انتها یک تکینگی تنش داشت. هیچ اجزای محدود استانداردی نمی‌تواند با تنش‌های نامحدود مقابله کند و از نظر مهندسی این‌ها معمولاً به دلیل ظهور یک مدل اجزای محدود ایده آل نادیده گرفته می‌شود. در صورتی که از تکینگی تنش صرف‌نظر شود آنگاه تنش‌ها در مقطع طراحی برای تنش محوری و برشی به ترتیب، خطی و درجه دوم هستند. عضو چهار گرهی استفاده‌شده در این مطالعه خیلی بهتر از عضو تنش ثابت نیست و بنابراین تعجب آور نیست که این‌قدر ضعیف عمل کند. عضو درجه بالاتر (هشت گرهی) بهتر عمل خواهد کرد ولی باز هم برای به دست آوردن نتایج منطقی باید از مش بسیار ریزی استفاده کرد. از آنجا که بسیاری از مسائل عملی مهندسی با ممان‌های خمشی و نیروهای برشی نوعی که در دیواره سلول مثلثی دیدیم سروکار دارند، عدم ارائه اعضای با راستی بالاتر توسط سازندگان نرم‌افزار نامناسب به نظر

می‌رسد؛ مثلاً در فرمول‌های جابجایی یک عضو، میدان جابه‌جایی مکعبی (p=۳)، دقیقه میدان تنش مدل جزئی را نشان خواهد داد. در حضور تکینگی در مدل کامل، با مشکل روبه‌رو خواهیم شد و مطمئناً میدان تنش ارائه شده در مقطع طراحی در تعادل با بارهای اعمال‌شده نخواهد بود.

نتیجه‌گیری‌های عملی

این مطالعه بر اساس شکست Sleipner انجام شده و نتایج مفیدی برای مهندس محاسب در بر می‌گیرد:

۱) تنش‌های معین استاتیکی را می‌توان با دست محاسبه کرد ولی مؤلفه‌های تنش نامعین استاتیکی نیازمند تشکیل تحلیلی است که دربرگیرنده انعطاف‌پذیری نسبی سازه باشد، یعنی تحلیل اجزای محدود.

۲) مؤلفه‌های تنش را می‌توان از نیروهای گرهی به دست آورد، به شرطی که آن‌ها را درست تفسیر کنیم. مؤلفه‌های تنش نامعین استاتیکی با ریز شدن مش همگرا خواهند شد در حالی که مؤلفه‌های تنش معین استاتیکی به مستقل از انتخاب مش هستند.

۳) تنش‌های نقطه گاوس خواص خاصی دارند که ممکن است برای مهندس مفید باشند ولی چون این مشخصات لزوماً برای اعضای دارای انحراف و میدان‌های تنش عمومی هم برقرار نیستند مهندس باید مطمئن باشد که قبل از تصمیم‌گیری شرایط خودش را اعمال کند.

۴) خطی سازی تنش یک راه معتبر برای تعیین مؤلفه‌های تنش در یک مقطع است؛ اما چون CFE ها میدان‌های تنش اجزای محدودی ارائه می‌دهند که تعادل ضعیفی با نیروهای اعمال شده دارند باید مش بسیار ریزی برای به دست آوردن نتایج دقیق به کار ببریم. در صورتی که مقطع طراحی دریک نقطه با تکینگی تنش قرار داشته باشد میدان تنش مجاور با تکینگی آلوده شده و بعید است که مؤلفه‌های تنش متعادل را بتوانیم با خطی سازی تنش به دست بیاوریم.

مقاله توسط Angus Ramsay نوشته شده است که رئیس شرکت Ramsay Maunder، یک شرکت بریتانیایی ارائه کننده مشاوره اجزای محدود است. این مقاله به عنوان بخشی از چالش NAFEMS نوشته شده و در اکتبر ۲۰۱۶ در مجله NAFEMS Benchmark Magazine چاپ شد. نسخه پی دی اف آن را در آدرس زیر می‌توانید دانلود کنید.

http://www.ramsay-maunder.co.uk/downloads/nbr۰۶.pdf

مترجم: علی اکبر خلیلی

منبع:

https://www.linkedin.com/pulse/sleipner-incident-computer-aided-catastrophe-revisted-angus-ramsay?trk=prof-post