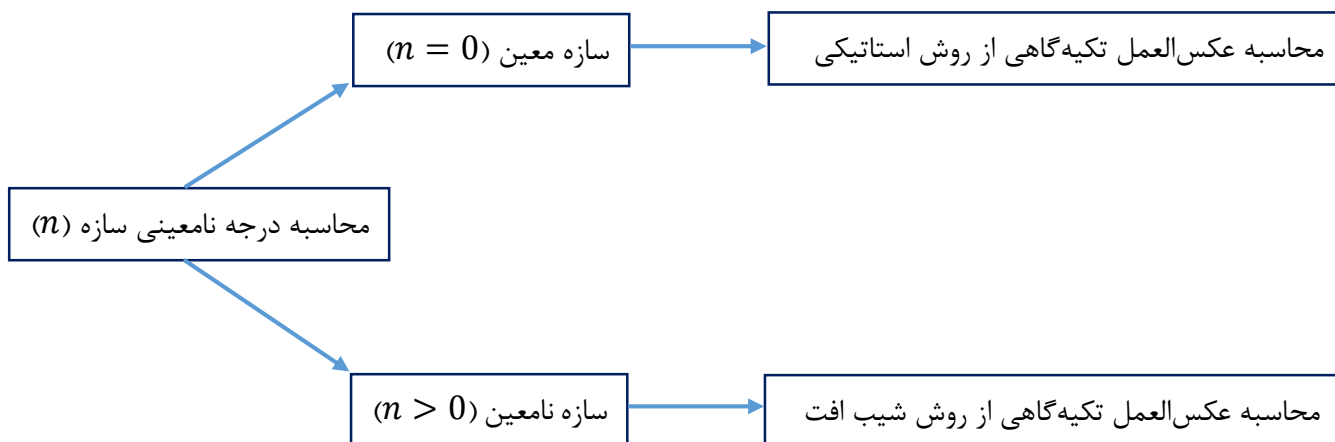


فصل اول

ترسیم دیاگرام لنگر خمشی سازه

مقدمه

برای ترسیم دیاگرام لنگر خمشی سازه، ابتدا باید عکس العمل های تکیه گاهی سازه محاسبه شود. برای محاسبه عکس العمل های تکیه گاهی سازه، ابتدا باید درجه نامعینی سازه مشخص شود تا روش محاسبه عکس العمل های تکیه گاهی مشخص شود. سپس با توجه به نقاط بحرانی، با استفاده از مقطع زدن مقدار لنگر را در نقاط بحرانی به دست می آوریم.



محاسبه درجه نامعینی سازه

$$n = 3k + r - (3 + c)$$

n : درجه نامعینی سازه

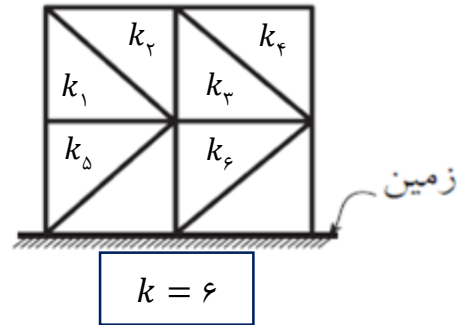
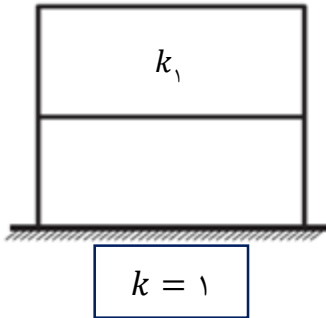
k : تعداد کادر بسته بین اعضا

r : تعداد عکس العمل های تکیه گاهی

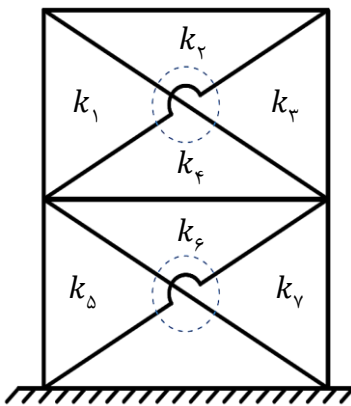
c : تعداد معادلات شرط



نکته: کادر بسته در واقع عبارت است از سطحی که توسط اعضا سازه‌ای در اطراف آن محصور شده باشد. بنابراین در محاسبه درجه نامعینی کادر بسته تشکیل شده با زمین محاسبه نخواهد شد.



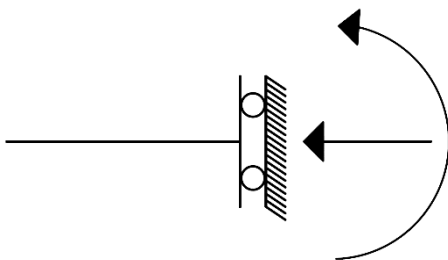
نکته: در حالتی که اعضا از روی هم عبور کنند، به ازای هر عبور یک عدد از تعداد کادر های بسته کاسته می‌شود.



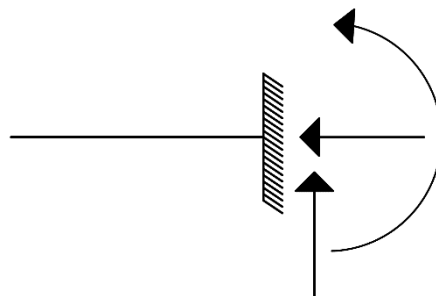
$$k = 7 - 2 = 5$$

تعداد اعضایی که از روی هم عبور کرده‌اند

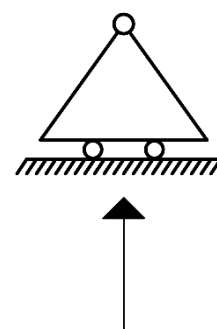
عکس العمل های تکیه گاهی: (یادآوری استاتیک)



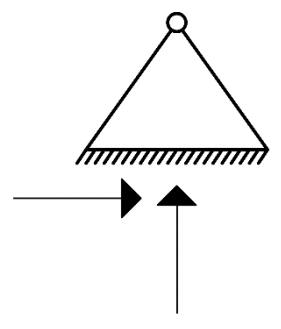
$$r = 3$$



$$r = 2$$



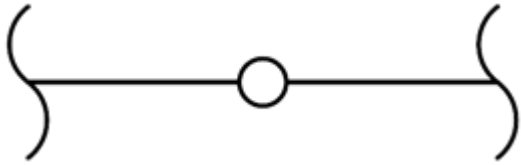
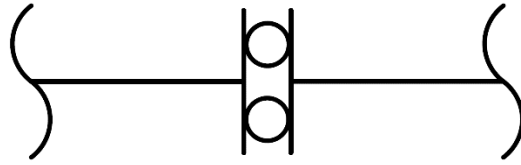
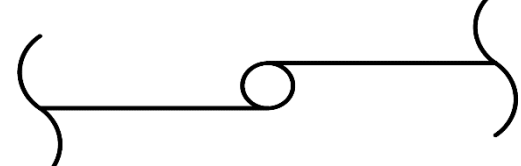
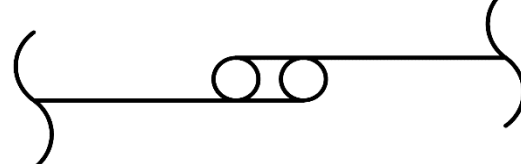
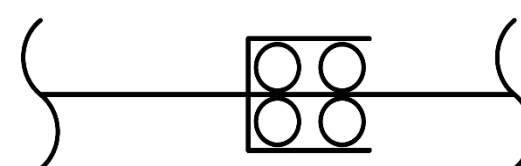
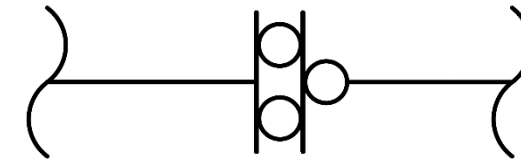
$$r = 1$$



$$r = 3$$

مفهوم معادلات شرط:

در هر یک از اتصالات به تعداد مولفه های داخلی سازه که صفر هستند، معادلات شرط خواهیم داشت.

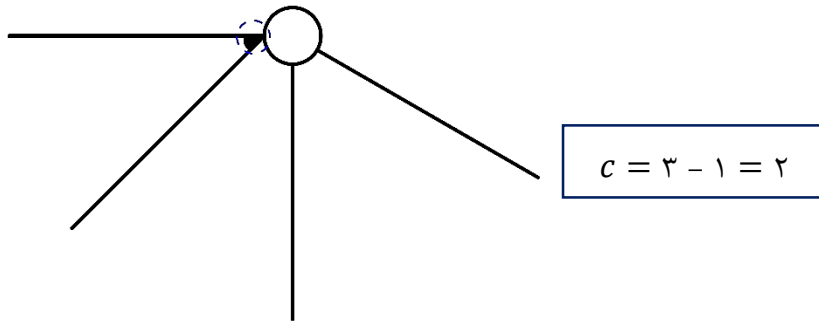
ردیف	شکل	توضیحات	تعداد معادلات شرط
۱		در این اتصال لنگر خمشی تحمل نمی شود. ($M = 0$)	۱
۲		در این اتصال نیروی برشی تحمل نمی شود. ($V = 0$)	۱
۳		در این اتصال نیروی محوری و لنگر خمشی تحمل نمی شود. ($N = 0, M = 0$)	۲
۴		در این اتصال نیروی محوری تحمل نمی شود. ولی به دلیل حضور دو غلتک لنگر خمشی تحمل می شود. ($N = 0$)	۱
۵		در این اتصال نیروی محوی تحمل نمی شود. ($N = 0$)	۱
۶		در این اتصال نیروی برشی و لنگر خمشی تحمل نمی شود. ($V = 0, M = 0$)	۲

نکته: هرگاه n میله توسط یک مفصل خمشی به صورت مجزاء به یک دیگر متصل شده باشند، تعداد معادلات شرطی (C) در این اتصال برابر $(n - 1)$ است.



۳ عضو بصورت مجزاء به مفصل خمشی شکل مقابل متصل شده است.

لذا داریم:



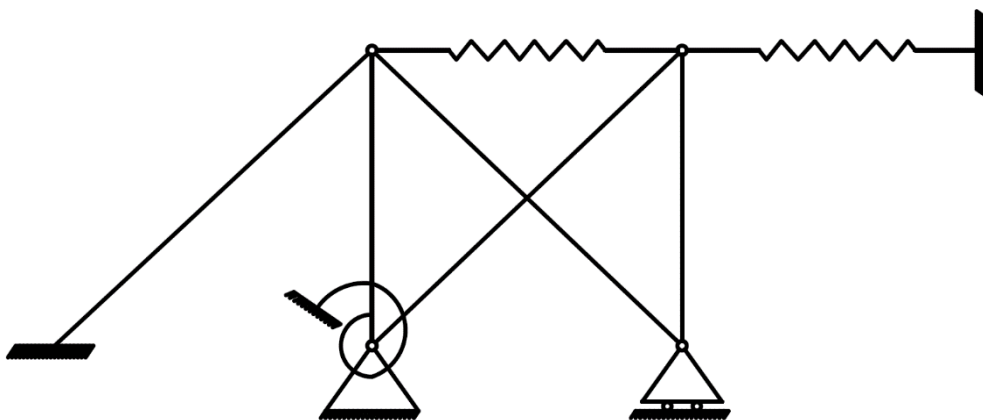
$$C = 3 - 1 = 2$$

مدل سازی فنرها و کابل ها در تعیین درجه نامعینی

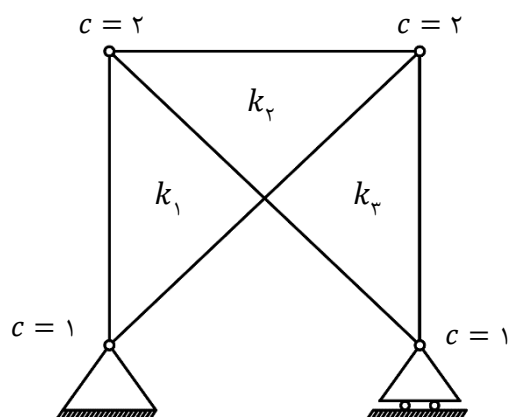
- ❖ در صورت وجود فنر پیچشی و کابل در سازه، آنرا حذف کرده و درجه نامعینی سازه را محاسبه می‌کنیم و در انتها به تعداد اعضا حذف شده به درجه نامعینی می‌افزاییم.
- ❖ در صورت وجود فنر انتقالی، اگر فنر انتقالی به تکیه‌گاه متصل باشد؛ آنرا حذف کرده و درجه نامعینی سازه را محاسبه می‌کنیم و در انتها به تعداد اعضا حذف شده به درجه نامعینی می‌افزاییم. اما در صورتی که فنر انتقالی داخل سازه و به اعضا سازه متصل بوده باشد؛ آنرا با یک عضو دو سر مفصل مدلسازی می‌کنیم و درجه نامعینی سازه را محاسبه می‌کنیم.

تمرین ۱

درجه نامعینی سازه مقابل را محاسبه کنید.



حل:



$$k = 3$$

$$r = 3$$

$$c = 6$$

$$n = 3(3) + 3 - (6 + 3) = 3 + 3 = 6$$

تعداد اعضاء حذف شده

درجه نامعینی در تیرها

با توجه به اینکه در تیرها عمدتاً نیروی محوری وجود ندارد، می‌توان از نیروی محوری (عکس العمل افقی) در تیرها در تعیین درجه نامعینی صرف نظر کرد.

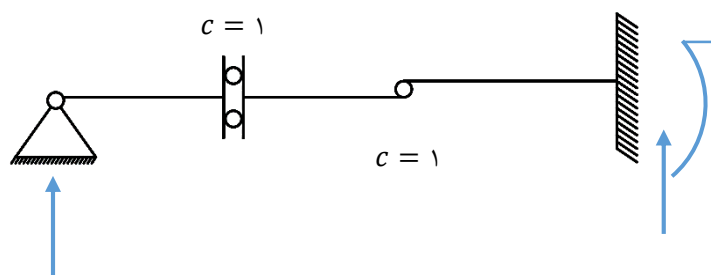
$$n = 3k + r - (c + 2)$$

از نیروی محوری صرف نظر شده است و فقط لنگر خمشی و عکس العمل قائم داریم

در تیرها کادر بسته نداریم

$$n = r - (c + 2)$$

تمرین ۲



درجه نامعینی سازه مقابل را چقدر است؟

$$n = 3 - (2 + 2) = -1$$

سازه ناپایدار است.

درجه نامعینی خرپا

برای محاسبه درجه نامعینی در خرپا ها میتوان از همان فرمول $n = 3k + r - (3 + c)$ استفاده کرد. اما به دلیل زیاد بودن تعداد اعضا خرپا و امکان اشتباه در محاسبات روش زیر پیشنهاد می شود.

$$n = b + r - 2j$$

b = تعداد اعضاء خرپا

r = تعداد عکس العمل های تکیه گاهی

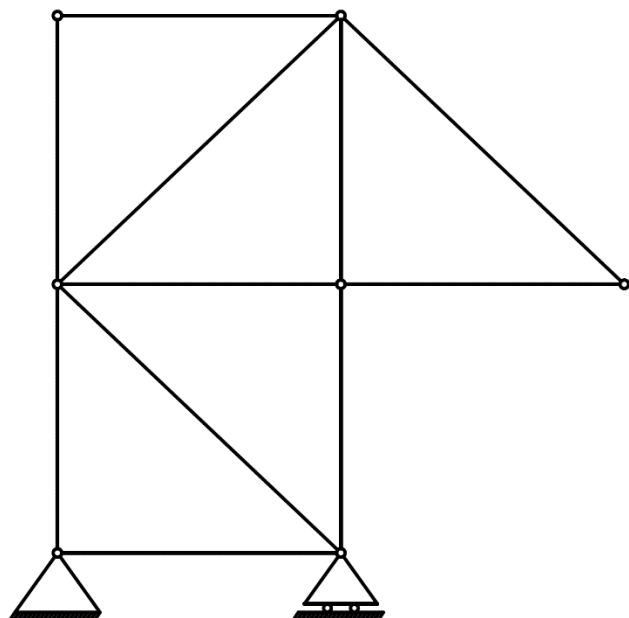
j = تعداد گره های خرپا

نکته: j شامل مفاصل تکیه گاهی نیز می شود.



تمرین ۳

درجه نامعینی خرپای زیر را محاسبه نمایید.



$$n = b + r - 2j = \cdot$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 11 \\ r = 3 \\ j = 7 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k = 5 \\ r = 3 \\ c = 15 \end{array} \right.$$

$$n = 3k + r - (3 + c) = \cdot$$

محاسبه عکس العمل تکیه‌گاهی سازه‌های معین با استفاده از روش استاتیکی

در سازه‌های معین می‌توانیم با استفاده از روابط تعادل استاتیکی ($\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M = 0$) عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی یا نیروی‌های داخلی را در هر نقطه از سازه بدست آوریم. اما در سازه‌های نامعین نمی‌توانیم با استفاده از روابط تعادل استاتیکی سازه را تحلیل کنیم.

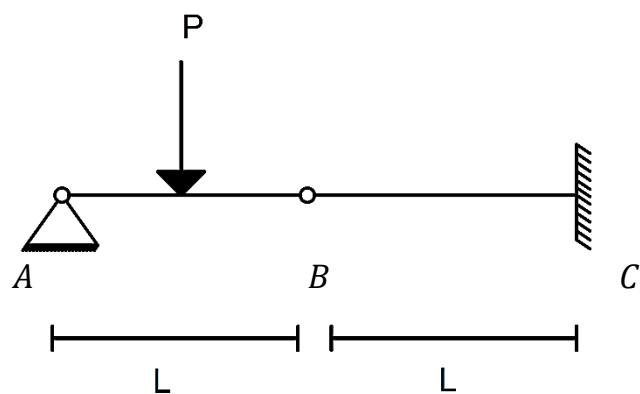
برای بدست آوردن نیروهای داخلی در هر نقطه از تیر، برشی در آن نقطه ایجاد می‌کنیم و با استفاده از روابط تعادل استاتیکی فوق، نیروهای داخلی را محاسبه می‌کنیم.

در سازه‌های معین در صورت وجود ناپیوستگی (مفصل خمشی - مفصل برشی و ...) سازه را از قسمت ناپیوستگی جدا کرده و روابط تعادل را برای هر قسمت از سازه که کمتر از ۳ مجهول در آن وجود دارد منویسیم و سپس عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی سازه را محاسبه می‌کنیم.

تمرین ۴

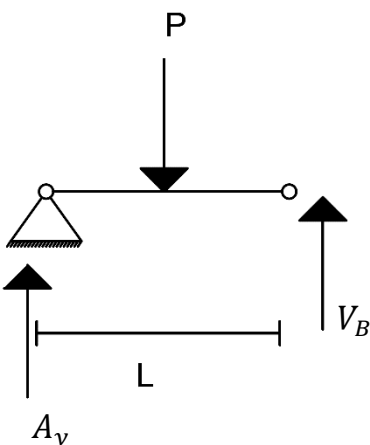
عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی سازه زیر را بدست آورید.

حل:



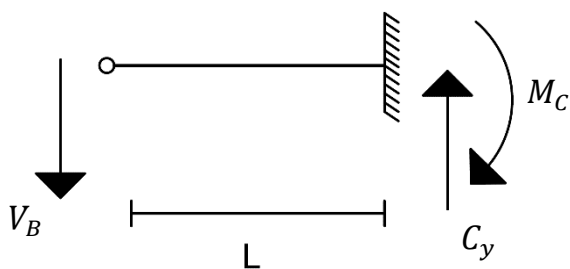
در تیرها نیروی محوری وجود ندارد؛ لذا در مفصل خمشی نقطه B مقدار لنگر صفر بوده و فقط نیروی برشی وجود دارد. سازه را از مفصل خمشی جدا کرده و سمت چپ سازه را تحلیل می‌کنیم. (زیرا سمت راست سازه بدلیل وجود لنگر خمشی در تکیه‌گاه گیر، تعداد مجهولات بیشتر است).

❖ در لنگر گیری بصورت پیش فرض و اختیاری، لنگرهای ساعتگرد را مثبت و پادساعتگرد را منفی در نظر می‌گیریم.



$$\sum M^B = 0 \rightarrow A_y \times L - P \times \frac{L}{2} = 0 \rightarrow A_y = \frac{P}{2}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow P - V_B - A_y = 0 \rightarrow V_B = A_y = \frac{P}{2}$$

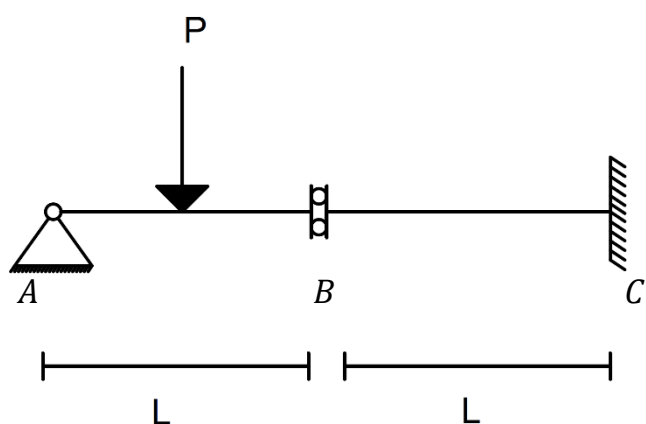


$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_B - C_y = 0 \rightarrow C_y = V_B = \frac{P}{2}$$

$$\sum M^B = 0 \rightarrow -C_y \times L + M_C = 0 \rightarrow M_C = \frac{PL}{2}$$

مسئله ۱

عکس العمل های تکیه گاهی سازه زیر را محاسبه کنید.



ترسیم دیاگرام لنگر خمشی بار های متمرکز

برای آنکه بدانیم در هر نقطه از سازه ناشی از بارگذاری چه لنگری وارد می شود؛ از دیاگرام لنگر استفاده می کنیم. برای ترسیم دیاگرام لنگر سازه، ابتدا باید عکس العمل های تکیه گاهی را بدست آورده و با توجه به نقاط بحرانی اقدام به محاسبه لنگر در نقاط مذکور (نقاط بحرانی) کرده و سپس اقدام به ترسیم دیاگرام می نماییم.

نقاط بحرانی

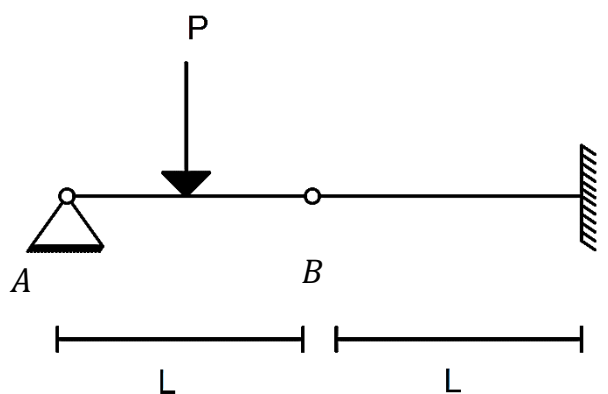
به نقاطی گویند که شیب نمودار لنگر در آن نقاط تغییر می کند. مانند ناپیوستگی ها، محل اثر بار متمرکز، محل اثر لنگر متمرکز، وجود تکیه ها بین تیر ها و یا

در هنگام مواجه با نقاط بحرانی ابتدا باید در نقاط مذکور مقطع زده و مقدار لنگر در آن نقطه را محاسبه کنیم. با توجه به اینکه شیب دیاگرام لنگر در بار های متمرکز درجه ۱ (بصورت خطی) است؛ اقدام به اتصال نقاطی که لنگر آنها مشخص است می نماییم.

تمرین ۵

دیاگرام لنگر سازه زیر را رسم کنید.

حل:



در سازه مقابل بعد از بدست آوردن عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی

در میابیم که سازه دارای ۲ نقطه بحرانی است.

یکی مفصل خمشی و دیگری محل اثر بار متمرکز است. که آنرا

نقطه O نامگذاری می‌کنیم.

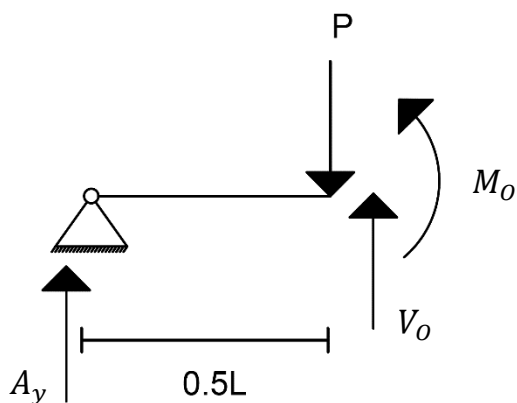
از طرفی میدانیم در مفصل خمشی مقدار لنگر برابر با صفر است.

لذا نیاز به جداکردن سازه یا مقطع زدن در مفصل خمشی را نداریم.

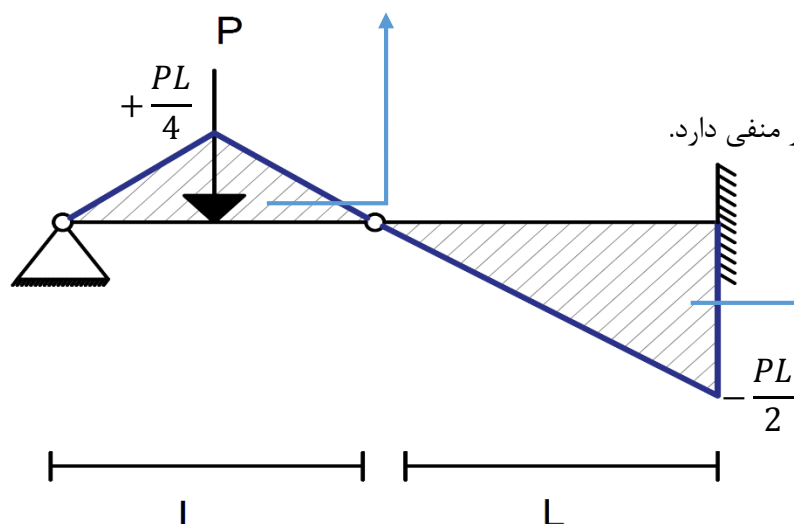
سازه را از محل اثر بار مقطع می‌زنیم.

گذاشتن بار متمرکز یا نگذاشتن آن در محل مقطع، تأثیری بر مقدار لنگر در نقطه مذکور ندارد. زیرا بازوی لنگر آن برابر صفر است.

$$\sum M^O = 0 \rightarrow A_y \times 0.5L - M_O = 0 \rightarrow M_O = \frac{PL}{4}$$



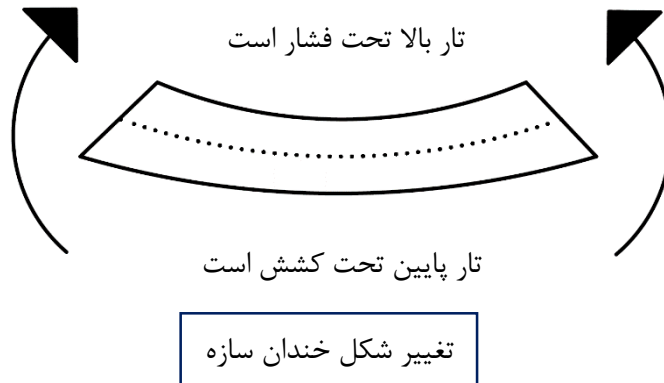
لنگر در این ناحیه مقدار مثبت دارد



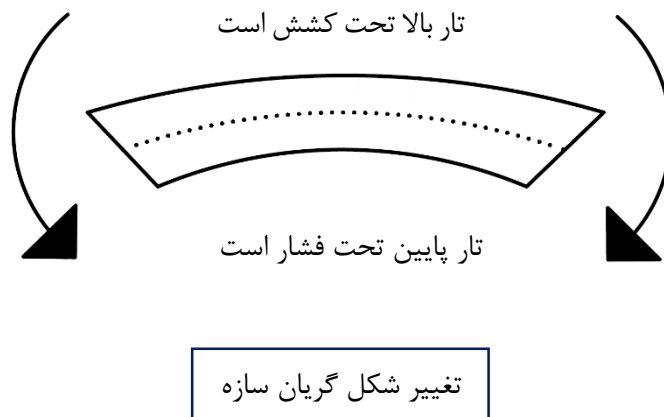
لنگر در این ناحیه مقدار منفی دارد.

مفهوم لنگر مثبت و منفی

لنگر مثبت به لنگری گویند که تار بالای تیر را به فشار و تار پایین تیر را به کشش بیاندازد. به عبارت دیگر لنگر مثبت به لنگری گویند که تغییر شکل خندان در سازه ایجاد کند.

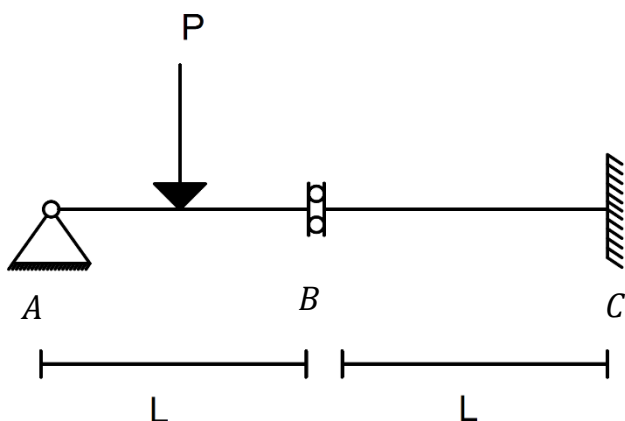


لنگر منفی به لنگری گویند که تار بالای تیر را به کشش و تار پایین تیر را به فشار بیاندازد. به عبارت دیگر لنگر منفی به لنگری گویند که تغییر شکل گریان در سازه ایجاد کند.



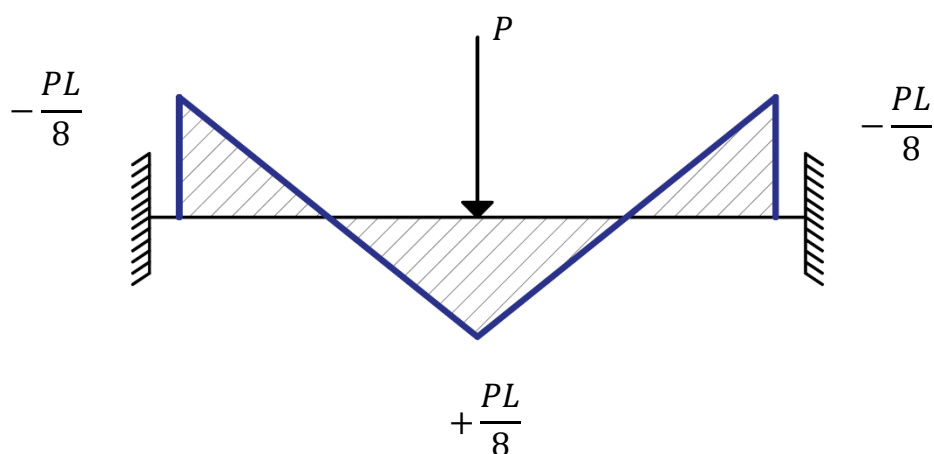
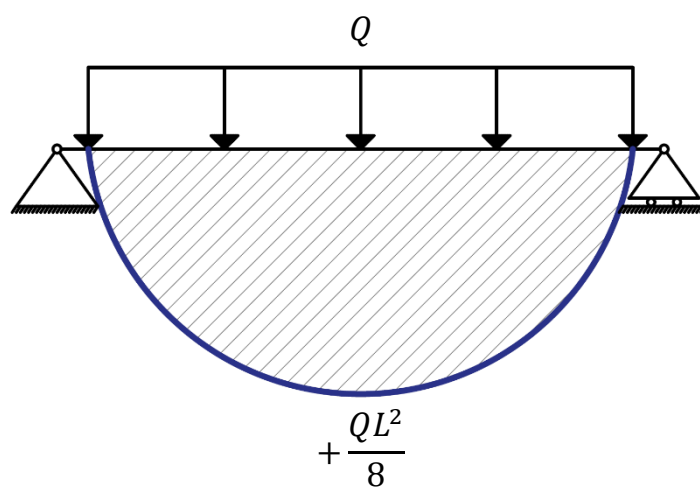
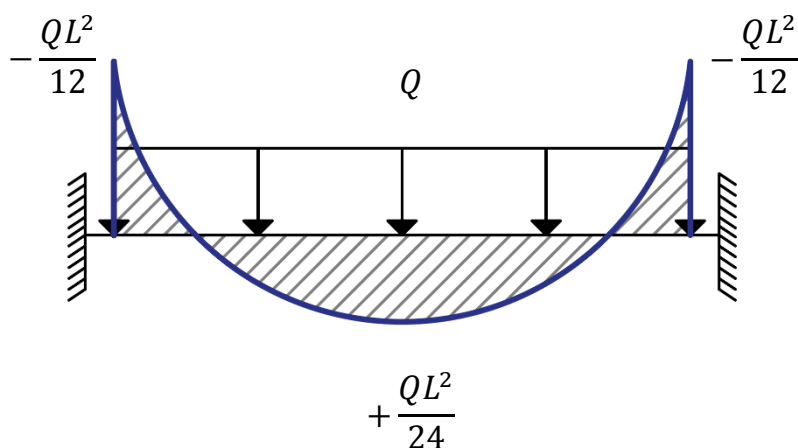
مسئله ۲

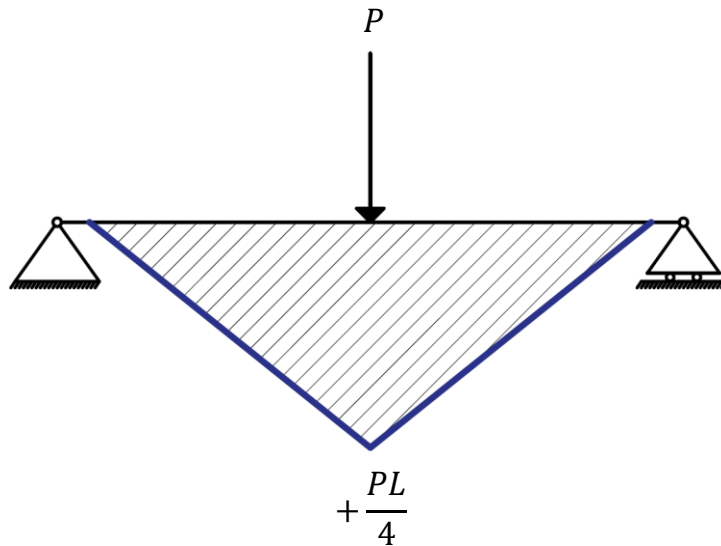
دیاگرام لنگر سازه مقابل را رسم کنید.





نکته: در ترسیم دیاگرام لنگر با بار گسترده، شیب دیاگرام لنگر در بار های گسترده درجه ۲ (غیر خطی) و تابع x است. در شکل زیر ۴ تا از مهمترین دیاگرام لنگر ملاحظه می کنید. به مهندسین عزیز توصیه می شود این ۴ مورد را حفظ کنند. (در تمامی سازه ها طول سازه برابر با L است.)





نکته: در برخی منابع مشاهده می‌شود؛ در ترسیم دیاگرام لنگر، لنگر مثبت در بالای تیر رسم شده و برخی منابع دیگر در پایین تیر رسم شده است. راجب این موضوع لازم است خدمت مهندسین عزیز عرض کنیم که هر دو ترسیم صحیح بوده و آنچه در ترسیم اهمیت دارد مقدار و ماهیت (مثبت یا منفی بودن) لنگر است.

تحلیل خرپاهای معین

خرپاها اعضایی هستند که در آنها فقط نیروی محوری وجود دارد و هیچ گونه نیروی برشی و لنگر خمشی را تحمل نمی‌کنند. در تحلیل خرپاها روش مفصل و روش مقطع جز روش های اصلی می‌باشند.

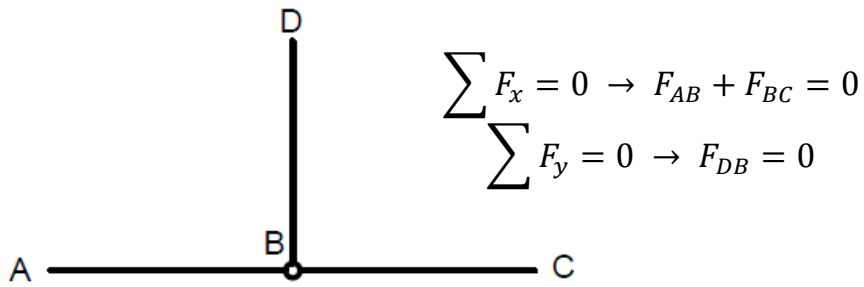
روش مفصل

در این روش هر یک از مفصل های خرپا را بطور جداگانه در نظر می‌گیریم و معادلات تعادل را در دو راستای (X و Y) مفصل بررسی می‌کنیم.

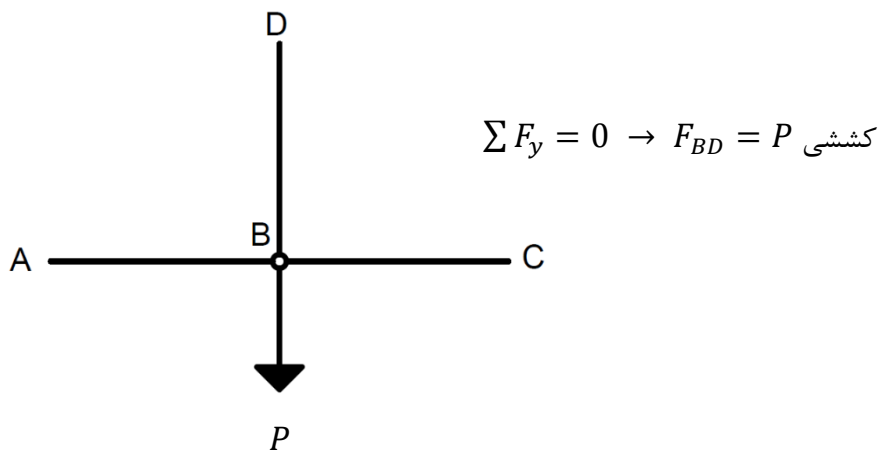
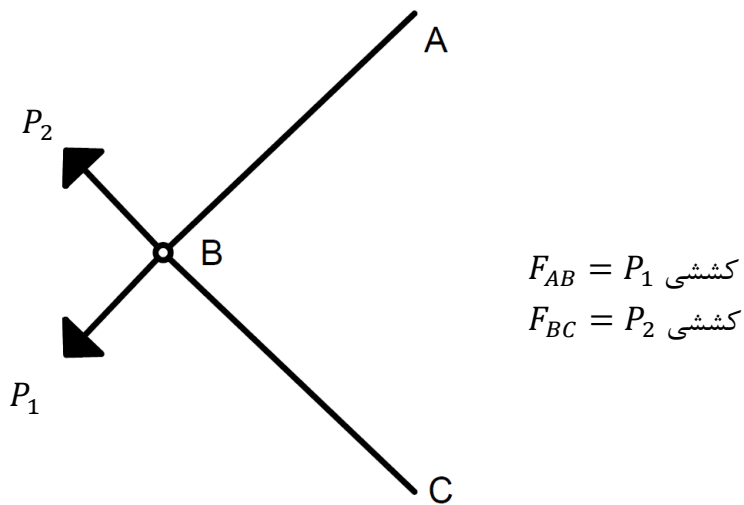
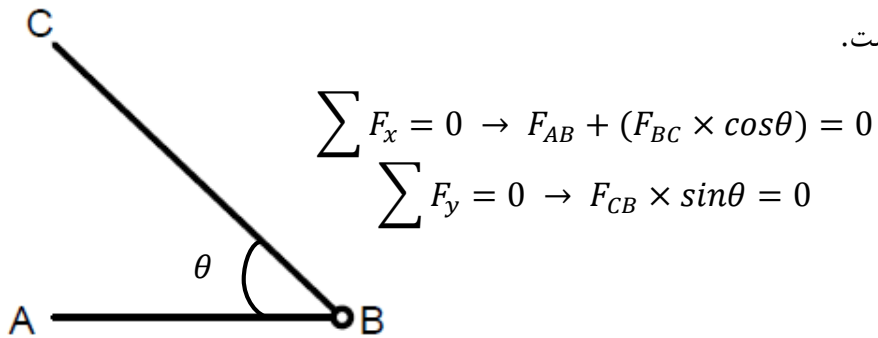


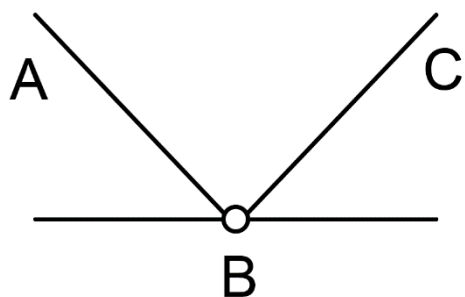
نکته: اعضا صفر نیرویی در خرپاها، به اعضایی گفته می‌شود که فاقد نیروی محوری هستند. شناخت این اعضا کمک شایانی به تحلیل مسائل مربوط به خرپا می‌کند.

عضو DB صفر نیرویی است.



عضو AB و BC صفر نیرویی است.



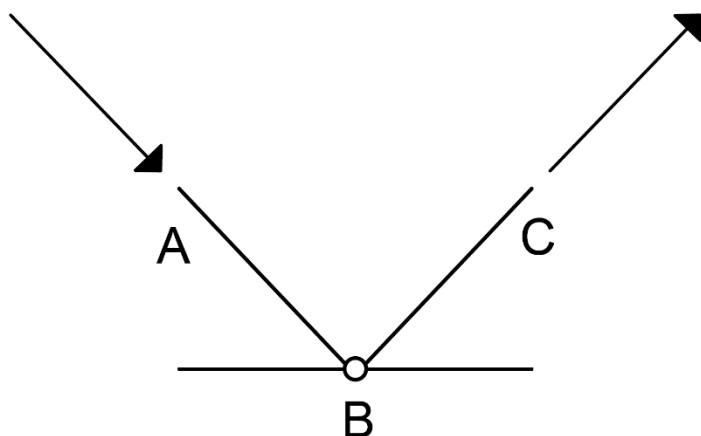


خرپا K شکل فاقد بارگذاری

فشاری و کششی $F_{AB} = -F_{BC}$

مفهوم نیروی فشاری و کششی در خرپا

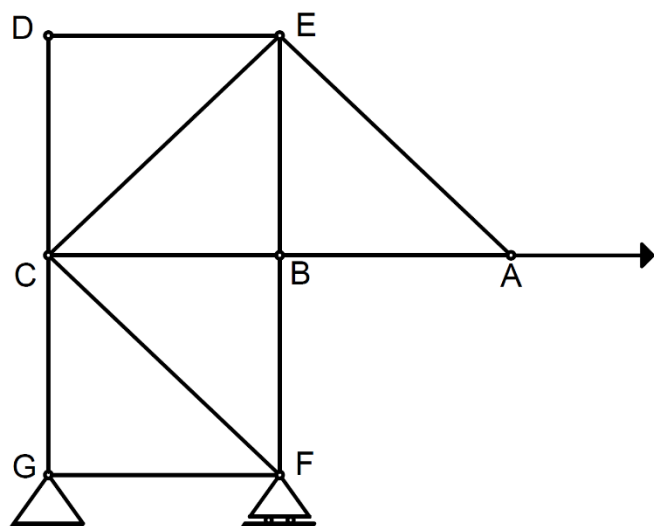
در تحلیل خرپا ها ، در صورتی که نیروی عضو مورد نظر، مفصل را تحت کشش قرار دهد نیرو کششی و در صورتی که تحت فشار قرار دهد نیرو فشاری است.



F_{AB} = فشاری

F_{BC} = کششی

تمرین ۶



در خرپای رو به رو نیروی عضو CF چقدر است؟

(طول افقی و عمودی تمامی اعضاء برابر L است.)

حل:

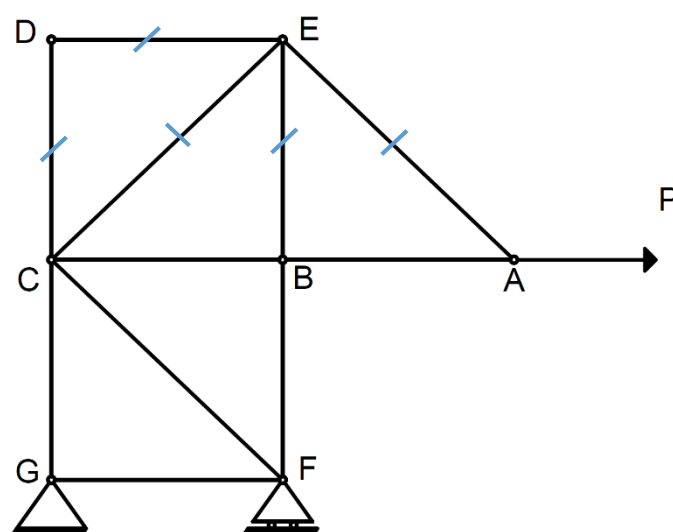
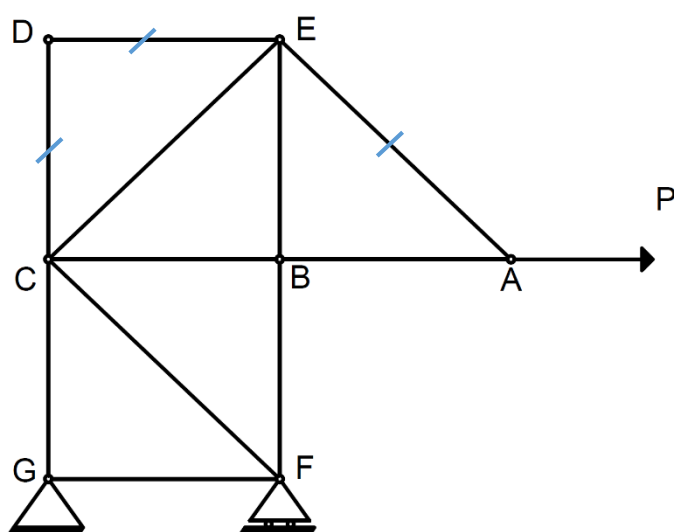
مرحله اول شناخت اعضاء صفر نیرویی

ابتدا در مفصل A نیروی عضو AE صفر است. ($\sum F_y = 0$)

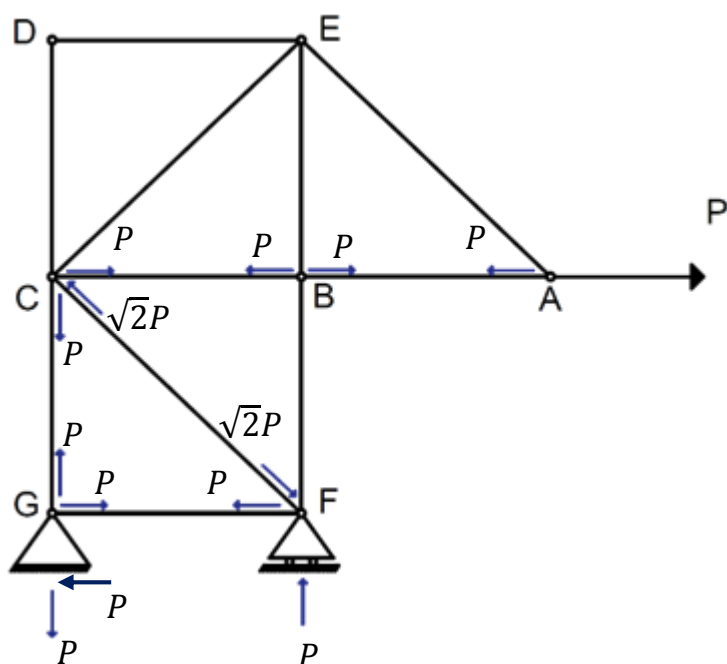
سپس در مفصل D نیروی اعضاء DC و DE صفر است.

با توجه به دو فرایند بالا در مفصل E نیروی اعضاء EB و EC صفر است.

و در نهایت در مفصل B نیروی عضو BF برابر صفر است. ($\sum F_y = 0$)



مرحله دوم تحلیل مفصل به مفصل خرپا (از محل اثر بار شروع به تحلیل می کنیم زیرا مجهولات کمتری وجود دارد).

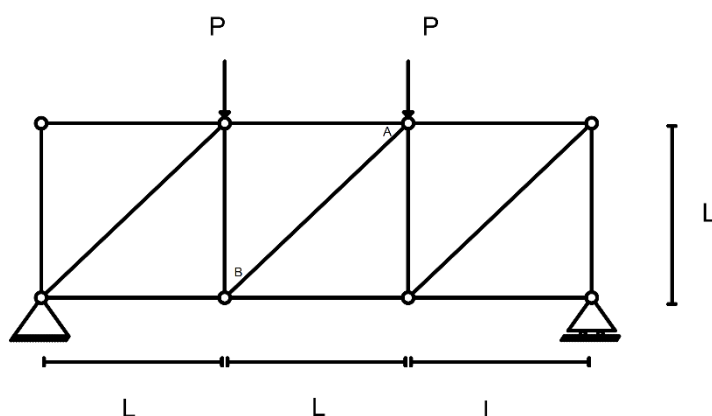


روش مقطع

در این روش با زدن مقطعی دلخواه در خرپا و اعمال معادلات تعادل بر آن، نیروی اعضا برش خورده محاسبه خواهد شد. در هر مقطع می توان از سه معادله تعادل ($\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M = 0$) استفاده کرد. لذا مقطع مناسب مقطعی است که در آن تنها نیروی سه عضو مجهول باشد.

تمرین ۷

نیروی داخلی عضو AB چقدر است؟

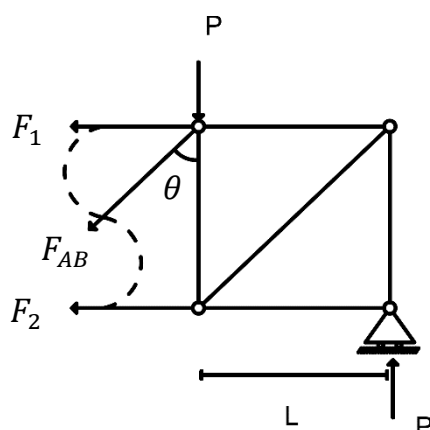


حل:

ابتدا عکس العمل های تکیه گاهی را محاسبه می کنیم. با توجه به تقارن سازه مقدار هر یک از عکس العمل های تکیه گاهی با هم برابر بوده و برابر P است.

سپس سازه را بگونه ای مقطع میزنیم که عضو مورد نظر را قطع کرده و بیشتر از سه عضو را منقطع نکند.

حال با استفاده از روابط تعادل استاتیکی، مجهولات مسئله را میابیم.



$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{AB} \times \cos \theta - P + P = 0 \rightarrow F_{AB} = 0$$

سوالات فصل اول

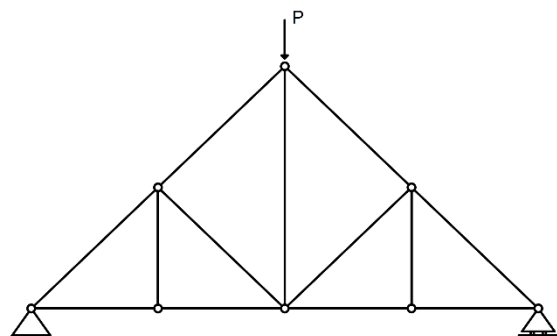
(۱) تعداد اعضاء صفر نیرویی سازه زیر چقدر است؟

الف) ۲

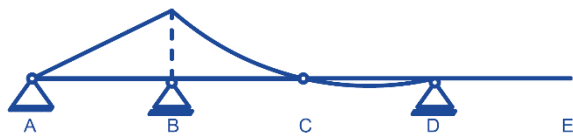
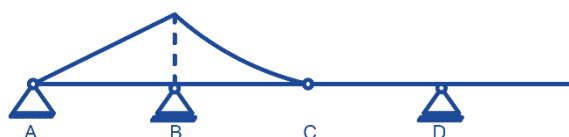
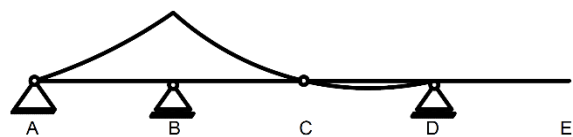
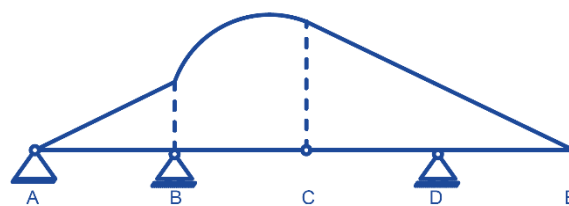
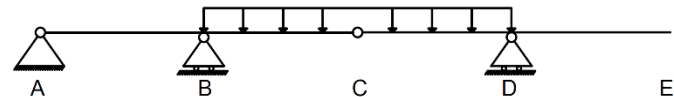
ب) ۳

ج) ۴

د) ۵



(۲) شکل تقریبی دیاگرام لنگر خمشی تیر زیر کدام است؟



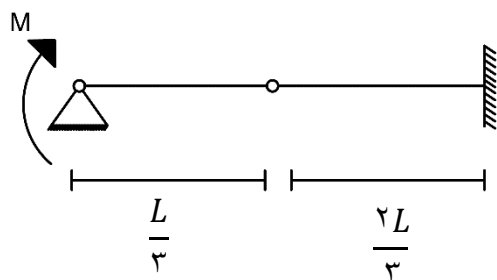
(۳) در شکل زیر مقدار لنگر در تکیه‌گاه چقدر است؟

الف) M

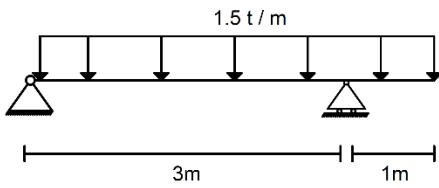
ب) $2M$

ج) $3M$

د) $0.5M$



۴) در شکل زیر مقدار لنگر ماکزیمم چقدر است؟



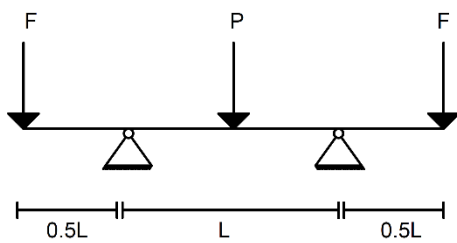
الف) $\frac{3}{4}$

ب) $\frac{15}{16}$

ج) $\frac{21}{16}$

د) $\frac{4}{3}$

۵) در صورتی که لنگر وسط دهانه تیر برابر با صفر باشد؛ مقدار F چقدر است؟



الف) P

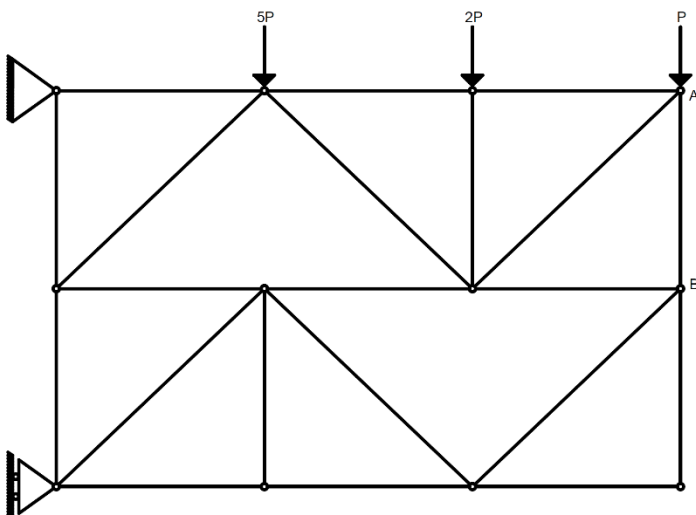
ب) $2P$

ج) $1.5P$

د) $0.5P$

۶) در خربای زیر نیروی عضو AB چقدر است؟

(طول افقی و عمودی تمامی اعضاء برابر L است.)



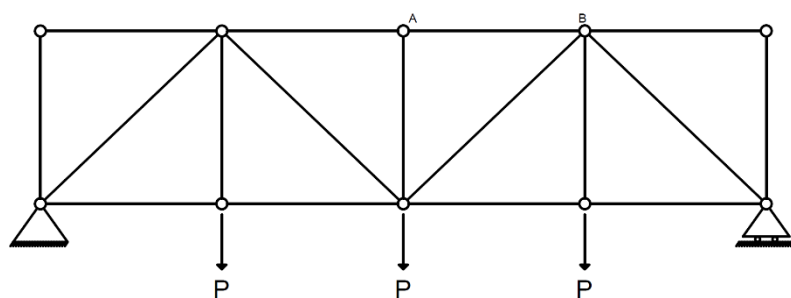
الف) P

ب) $2P$

ج) $1.5P$

د) $0.5P$

۷) در خرابای زیر نیروی عضو AB چقدر است؟
(طول افقی و عمودی تمامی اعضاء برابر L است.)



الف) P

ب) $2P$

ج) $1.5P$

د) $0.5P$

پایان بخش اول