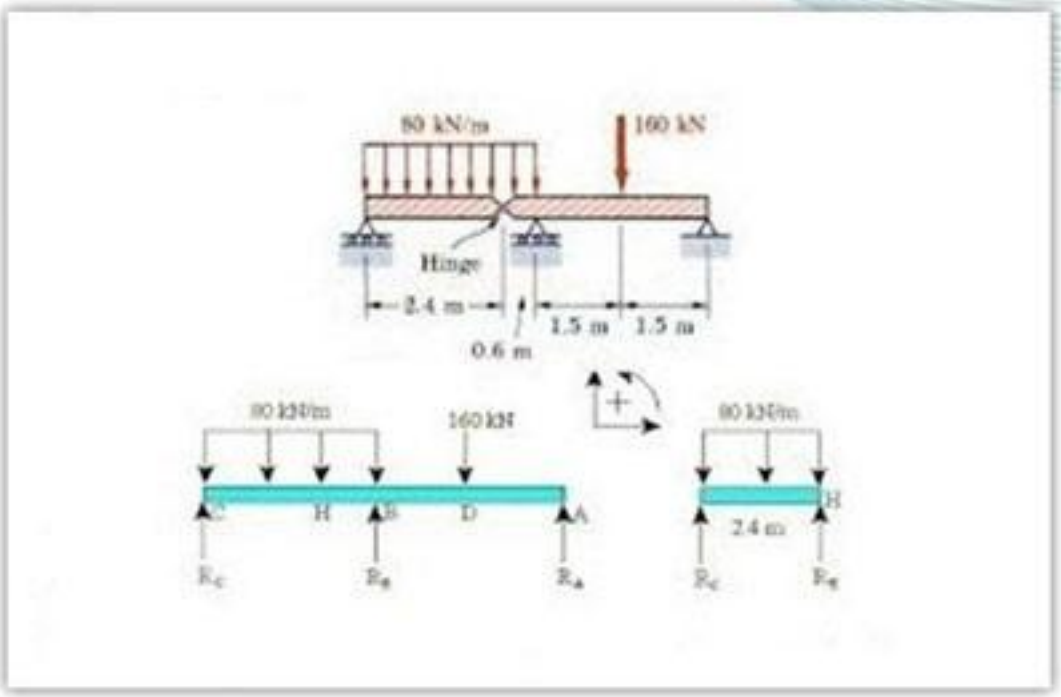
حل تشریحی سوالات دینامیک سازه، دکتری ۹۸



نویسنده: تیام شیرزادی

- [x] سازه
- [ ] معماری
- [ ] آب
- [ ] خاک
- [ ] راه

ناشر:
www.civil808.com

زمستان ۱۳۹۸

۲۱- در یک تیر افقی صلب یکنواخت به طول L و جرم کل M با تکیه‌گاه ساده در انتهای چپ و تکیه‌گاه ارتجاعی در انتهای راست، عبارت نیروی اینرسی در معادله ارتعاش برحسب درجه آزادی چرخشی در تکیه‌گاه ساده (θ) و تحت اثر نیروی دینامیکی متمرکز قائم $P(t)$ اعمالی در تکیه‌گاه ارتجاعی، چه ضریبی از $\ddot{\theta}$ (شتاب چرخشی) است؟

۱) $\frac{ML^2}{3}$ ۲) $\frac{ML^2}{3}$ ۳) $\frac{ML^2}{4}$ ۴) $\frac{ML^2}{4}$

۲۲- تابع شکل مکانی برای تحلیل دینامیکی یک تیر افقی طره یکنواخت به طول L و تحت اثر نیروی دینامیکی محوری $P(t)$ در انتهای آزاد آن در مدل معادل یک درجه آزادی، کدام است؟ (محور x منطبق بر محور تیر با مبدأ در تکیه‌گاه گیردار، فرض می‌شود)

۱) $\frac{x}{L^2}$ ۲) $\frac{x}{L}$ ۳) xL ۴) xL^2

۲۳- در تحلیل دینامیکی یک سازه معادل یک درجه آزادی در حالت زلزله، برای محاسبه حداکثر نیروی اعمالی به سازه، دلیل صرف‌نظر از نیروی میرایی کدام است؟

۱) اصل بقای جرم ۲) صفر شدن سرعت ۳) دوری از حالت تشدید ۴) تأثیر خیلی ناچیز

۲۴- در یک آزمایش ارتعاش آزاد برای یک سازه معادل یک درجه آزادی، دامنه نوسان بعد از سه سیکل کامل به نصف تقلیل یافته است. درصد میرایی سازه چند درصد برآورد می‌شود؟ ($Ln۲ = ۰/۷$)

۱) ۵/۷

۲) ۴/۷

۳) ۳/۷

۴) ۲/۷

۲۵- در تحلیل دینامیکی یک سازه معادل یک درجه آزادی تحت اثر نیروی هارمونیک، چنانچه نسبت پریود ارتعاش آزاد به پریود بارگذاری (β) مقدار بزرگی باشد، در این‌صورت ضریب بزرگنمایی دینامیکی به سمت کدام مقدار میل خواهد کرد؟

۱) $\frac{۱}{\beta^۲}$

۲) $\frac{۱}{۱-\beta^۲}$

۳) $\frac{۱}{\beta}$

۴) $\frac{۱}{۱-\beta}$

۲۶- یک سازه معادل یک درجه آزادی به وزن ۱۰ton و پریود ارتعاش آزاد برابر ۰/۶sec تحت اثر بار ضربه‌ای مستطیل شکل با مدت تداوم ۰/۱۵sec و نیروی ۱۰ton قرار می‌گیرد. تغییر مکان سازه در لحظه ۰/۲sec چند cm تخمین زده می‌شود؟ ($\frac{m}{s^۲} ۱۰ = g ≈ ۳.\ \pi ≈ ۳$، سینوس ۰/۴، ۰/۵ و ۰/۶ رادیان به ترتیب برابر ۰/۳۹، ۰/۴۸ و ۰/۵۶ می‌باشند)

۱) ۰/۲۷

۲) ۰/۷۲

۳) ۲/۷

۴) ۷/۲

۲۷- در یک تیر ساده با مدل پیوسته، پریود مود اصلی ارتعاش در حالت بارگذاری گسترده یکنواخت نسبت به حالت بارگذاری متمرکز معادل در وسط دهانه، چگونه است؟

۱) برابر ۲) متغیر ۳) کمتر ۴) بیشتر

۲۸- در یک سازه سه درجه آزادی، ماتریس جرم و بردار مود دوم بصورت زیر می‌باشند. بردار مود دوم مقیاس شده برای اینکه مقدار عبارت $\{\phi\}_2^T[M]\{\phi\}_2$ برابر یک شود، کدام است؟

$$[M]=\begin{bmatrix}3 & 0 & 0\\ 0 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 2/5\end{bmatrix},\{\phi\}_2=\begin{Bmatrix}1\\ -3\\ 2\end{Bmatrix}$$

۱) $\begin{Bmatrix}\frac{1}{3}\\ -1\\ \frac{2}{3}\end{Bmatrix}$

۲) $\begin{Bmatrix}\frac{1}{5}\\ -\frac{3}{5}\\ \frac{2}{5}\end{Bmatrix}$

۳) $\begin{Bmatrix}\frac{1}{7}\\ -\frac{3}{7}\\ \frac{2}{7}\end{Bmatrix}$

۴) $\begin{Bmatrix}\frac{1}{9}\\ -\frac{1}{3}\\ \frac{2}{9}\end{Bmatrix}$

۲۹- ماتریس‌های جرم و سختی یک سازه دو درجه آزادی با هماهنگی مقیاس واحد به شرح زیر می‌باشند. پریود مود اول سازه چند ثانیه است؟

$$[M]=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix},[K]=\begin{Bmatrix}10 & -6\\ -6 & 10\end{Bmatrix}$$

۱) 2π

۲) π

۳) $\frac{\pi}{2}$

۴) $\frac{\pi}{3}$

۳۰- با توجه به اطلاعات سوال ۲۹، اگر پریود ارتعاش آزاد در مود دوم سازه برابر $\frac{\pi}{۲}$ ثانیه باشد، مود دوم ارتعاش سازه کدام است؟

۱) $\begin{Bmatrix} ۱ \\ -۰/۵ \end{Bmatrix}$

۲) $\begin{Bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{Bmatrix}$

۳) $\begin{Bmatrix} ۱ \\ -۱/۵ \end{Bmatrix}$

۴) $\begin{Bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{Bmatrix}$

۳۱- در تحلیل دینامیکی یک ساختمان چند طبقه، شرایط اولیه (در صورت وجود) در محاسبه تغییر مکان کدام طبقه لحاظ می‌شود؟

۱) فقط طبقه اول ۲) فقط طبقه آخر ۳) همه طبقات ۴) هیچکدام از طبقات

۳۲- کدام تابع شکلی در تحلیل دینامیکی ارتعاش قائم (جانبی) یک تیر ساده با مقطع یکنواخت و طول L به روش رایله تحت اثر نیروی گسترده یکنواخت، نمی‌تواند بکارگرفته شود؟ (محور x منطبق بر محور افقی تیر فرض می‌شود)

۱) $\psi(x)=\frac{x}{L}(\frac{x}{L}-۱)$

۲) $\psi(x)=\sin\frac{\pi x}{L}(\frac{x}{L}-۱)$

۳) $\psi(x)=\sin\frac{\pi x}{L}$

۴) $\psi(x)=۱-\cos\frac{\pi x}{۲L}$

۳۳- چنانچه منحنی رفتار غیرخطی یک سازه تا حداکثر تغییر مکان برابر ۵cm به صورت $f_s=۸\left[\frac{u}{۳}-\frac{۱}{۴}(\frac{u}{۳})^۲\right]$ (u تغییر مکان برحسب cm و f_s نیروی سختی برحسب ton/cm) باشد، در تحلیل دینامیکی، مقدار سختی مماسی آن در تغییر مکان برابر ۳cm چند ton/cm برآورد می‌شود؟

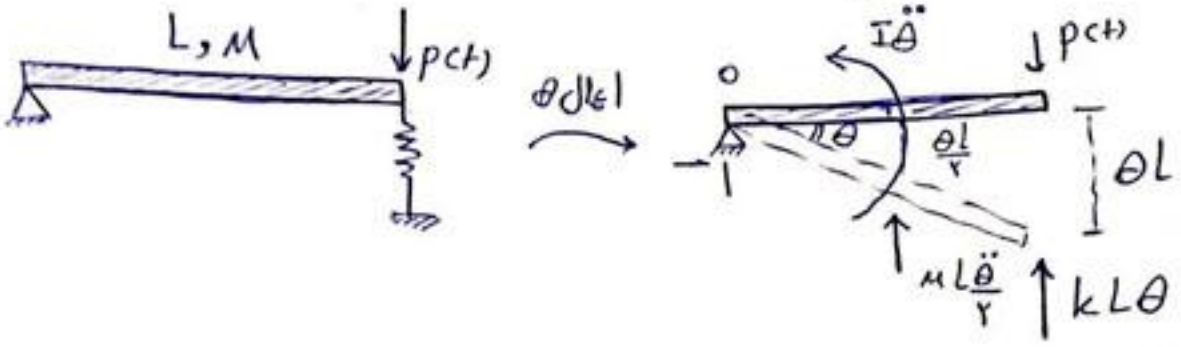
۱) ۲/۳

۲) ۳/۲

۳) ۴/۵

۴) ۵/۴

۲۱) گزینه ۱ صحیح است.



$$\Sigma M_O = 0 \rightarrow I\ddot{\theta} + ml\frac{\ddot{\theta}}{2}\left(\frac{l}{2}\right) + kl\theta(l) = p(t)L$$

$$\xrightarrow[\text{جرم } m \text{ میله به طول } l]{I = \frac{1}{12}ml^2} \left(\frac{1}{12}ml^2\right)\ddot{\theta} + \left(\frac{ml^2}{4}\right)\ddot{\theta} + (kl^2)\theta = p(t)\cdot L$$

$$\Longrightarrow \left(\frac{ml^2}{3}\right)\ddot{\theta} + (kl^2)\theta = p(t)\cdot L \xRightarrow{\text{ضریب } \theta} \left(\frac{ml^2}{3}\right)$$

---

۲۲) گزینه ۲ صحیح است.

یکی از خصوصیات تابع شکل این است که در دورترین فاصله (یا بیشترین جابه‌جایی) مقدار آن یک می‌باشد که فقط در گزینه ۲ به ازای $x=L$، تابع شکل ۱ می‌شود.

---

۲۳) گزینه ۲ صحیح است.

حداکثر نیروی اعمالی به سازه در بیشترین جابه‌جایی رخ می‌دهد ($F_{max}=k.U_{max}$) و می‌دانیم زمانی که U_{max} رخ می‌دهد، سرعت صفر است [تبدیل کل انرژی جنبشی به انرژی کشسانی فنر] و صفر شدن سرعت باعث می‌شود نیروی میرایی صفر شود زیرا نیروی میرایی با سرعت ارتباط مستقیم دارد [$F_d = c.\dot{u}$]

۲۴ـ گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$\zeta \simeq \frac{\ln\left(\frac{a_n}{a_{n+۲}}\right)}{۲\pi(۳)} = \frac{\ln ۲}{۶\pi} = \frac{۰/۷}{۶\pi}$$

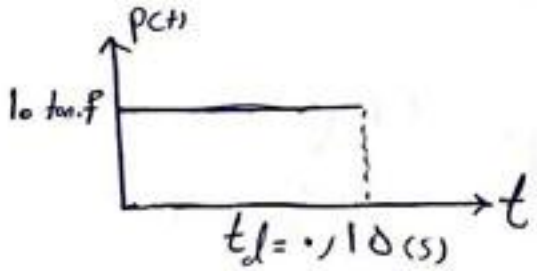
$$\xrightarrow{\frac{۱}{\pi} \simeq ۰/۳} \zeta = \frac{۰/۷ \times ۰/۳}{۶} \simeq ۰/۰۳۷ \longrightarrow \zeta = ۳/۷\,\%$$

۲۵ـ گزینه‌ی ۱ صحیح است.

$\beta \gg ۱ \xrightarrow{\text{یعنی}} \beta \to \infty$ ضریب بزرگ‌نمایی دینامیکی $R_d =$

$$\Rightarrow \lim_{\beta\to\infty} R_d = \lim_{\beta\to\infty} \frac{۱}{|۱-\beta^۲|} = \lim_{\beta\to\infty} \frac{\text{بزرگ‌ترین دامنه‌ی خروجی}}{\text{بزرگ‌ترین دامنه‌ی ورودی}} = \boxed{\frac{۱}{\beta^۲}}$$

۲۶ـ گزینه‌ی ۴ صحیح است



$w = ۱۰\ \text{ton.f} \longrightarrow m = ۱۰\ \text{ton} = ۱۰\times۱۰^۳\ \text{kg}$

$T = ۰/۶\,(s) \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{۰/۶} = ۱۰\left(\frac{\text{rad}}{s}\right)$

$\Rightarrow \frac{t_d}{T} = \frac{۰/۱۵}{۰/۶} = \frac{۱}{۴} \longrightarrow$ می‌توان از روش تقریبی استفاده کرد

$$\Rightarrow u(t) = \frac{\int p(t)\,dt}{m\omega} \sin\omega(t-t_d) = \frac{۱۰\times۱۰\times۱۰^۳\,[N] \times \overbrace{۰/۲-۰/۱۵}^{۰/۱۵(s)}}{۱۰\times۱۰^۳\,[kg]\times۱۰\left(\frac{rad}{s}\right)} \cdot \sin ۰/۵$$

$$\Rightarrow u(t=۲) = \left[\frac{۱۵}{۱۰۰} \times \frac{۴۸}{۱۰۰}\right](m) = \frac{۱۵\times۴۸}{۱۰۰}(cm) = ۷/۲\,(cm)$$

۲۷ » گزینه ۱ صحیح است.

پریود سد دامی به خصوصیات فیزیکی سیستم [جرم و سختی] ربط دارد و با بارگذاری تأثیری بر پریود سازه ندارد.

---

۲۸ » گزینه ۳ صحیح است.

جرم سهم مودی، مود دوم:

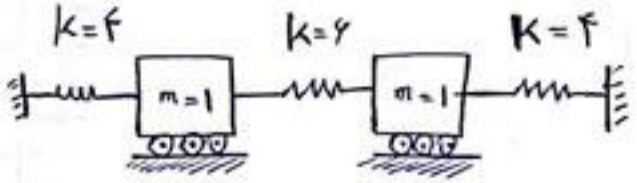
$$M_2 = \{\Phi_2\}^T [M] \{\Phi_2\} = (1 \quad -4 \quad 2) \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2.5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{Bmatrix} = 49$$

$$\underset{\text{مقیاس شده}}{\Phi_2} = \frac{1}{\sqrt{M_2}} \{\Phi_2\} = \frac{1}{\sqrt{49}} \begin{Bmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{7} \\ -\frac{4}{7} \\ \frac{2}{7} \end{Bmatrix}$$

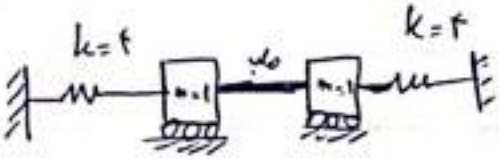
---

۲۹ » گزینه ۲ صحیح است.

بر اساس ماتریس جرم و سختی بیان شده



با توجه به تقارن سازه، برای بدست آوردن فرکانس اول سازه کافیست نصف بین ۲ جرم را مهار کنیم:



$$\Rightarrow \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{k^*}} = 2\pi \sqrt{\frac{1+1}{4+4}} = \pi$$

۳۰) گزینه‌ی «۲» صحیح است.

$$T_2 = \frac{\pi}{2} \longrightarrow \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4\left(\frac{rad}{s}\right) \Rightarrow \omega_2^2 = 16$$

مود دوم:

$$\left[K - m\omega_2^2\right]\left\{\Phi_2\right\} = \left\{0\right\}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 10-1(16) & -6 \\ -6 & 10-1(16) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Longrightarrow \left(\Phi_{11} = -\Phi_{21}\right) \Rightarrow \Phi_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \end{Bmatrix}$$

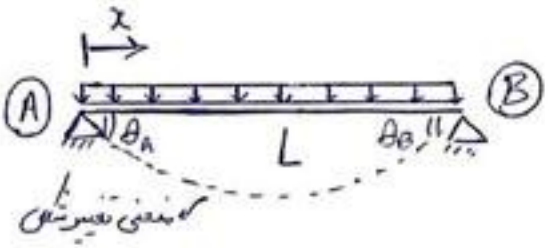
---

۳۱) گزینه‌ی «۴» صحیح است.

در تحلیل ارتعاش آزاد سیستم‌های چند درجه آزادی در صورت وجود سرعت و یا جابه‌جایی اولیه به صورت یک تابع برداری در تحلیل ارتعاش آزاد وارد می‌شود و روی دیگر درجات آزادی تأثیر دارد. به عبارت دیگر در صورت وجود سرعت یا جابه‌جایی اولیه، تمام درجات آزادی درگیر خواهند بود.

پس اگر شرایط اولیه‌ای به یک سازه اعمال شود، جابه‌جایی «همه‌ی طبقات» باید در نظر گرفته شود.

۳۲ » گزینه‌ی ۴ صحیح است.



$$\Longrightarrow \begin{cases} \theta_A \neq 0 \Rightarrow \Psi(x=0) \neq 0 \\ \theta_B \neq 0 \Rightarrow \Psi(x=L) \neq 0 \\ \Delta_A = 0 \Rightarrow \Psi(x=0) = 0 \\ \Delta_B = 0 \Rightarrow \Psi(x=L) = 0 \end{cases}$$

[شرایط مرزی موجود]

بررسی گزینه‌ی ۴:

$$\Psi(x) = 1 - \cos\frac{\pi x}{2L} \xrightarrow{x=0 \text{ به ازای}} \Psi(x=0) = 1-1 = 0 \Rightarrow \text{ok}$$

$$\Psi(x) = 1 - \cos\frac{\pi x}{2L} \xrightarrow{x=L \text{ به ازای}} \Psi(x=L) = 1 \Rightarrow$$

شرایط مرزی را ارضاع نمی‌کند.

---

۳۳ » گزینه‌ی ? صحیح است.

سختی مماسی برابر شیب نمودار نیرو - جابه‌جایی می‌باشد، پس:

$$k_s = f'_s = 8\left[\frac{1}{3} - \frac{a}{18}\right] \xrightarrow{a=3} k_s = 8\left[\frac{1}{3} - \frac{3}{18}\right]$$

$$\Longrightarrow k_s = 8\left[\frac{1}{6}\right] = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1,33$$