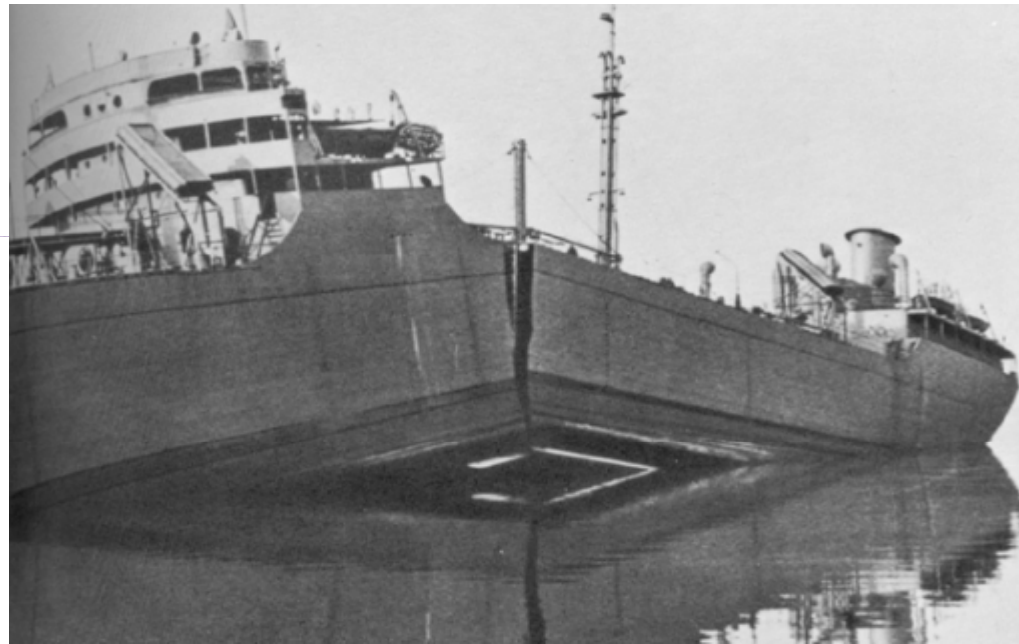


فصل دوم- تنش

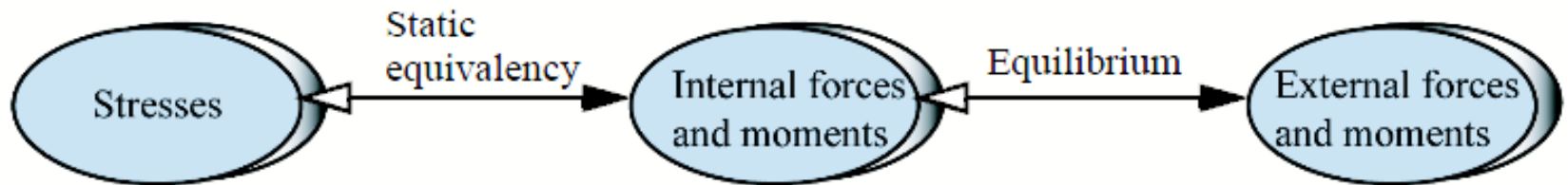
در سال ۱۹۳۴ در ایالت ارگان (Oregon) در امریکا، یک کشتی جنگ جهانی دوم در حالیکه به اسکله بسته شده بود، به دو نیم تقسیم شد.



دلیل این امر یک ترک کوچک در یکی از جوشها بود که سرعت گسترش پیدا کرد و بر مقاومت مصالح غلبه پیدا کرد. اما مقاومت مصالح دقیقا به چه معناست؟ و چگونه بررسی میشود؟ برای این منظور مفهوم تنش که گام نخست در توسعه روابط مقاومت مصالح و نیز طراحی اعضای سازه ای میباشد، معرفی میگردد.

فصل دوم- تنش

دو گام اصلی ارتباط تنشها به نیروهای خارجی، مطابق دیاگرام زیر میباشد:



با دقت در مفاهیم استاتیکی، چنانچه قبل از نوشتن معادلات تعادل، کلیه نیروها و لنگرها در نمودار جسم آزاد با نیروها و لنگرهای معادل جایگزین گردند، تحلیل ساده تر خواهد بود. نمودار جسم آزاد نیز جهت استخراج نیروهای داخلی از نیروهای خارجی میباشد. از سوی دیگر روابط مقاومت مصالح، تنشها را به نیروها و لنگرهای داخلی مرتبط مینمایند.

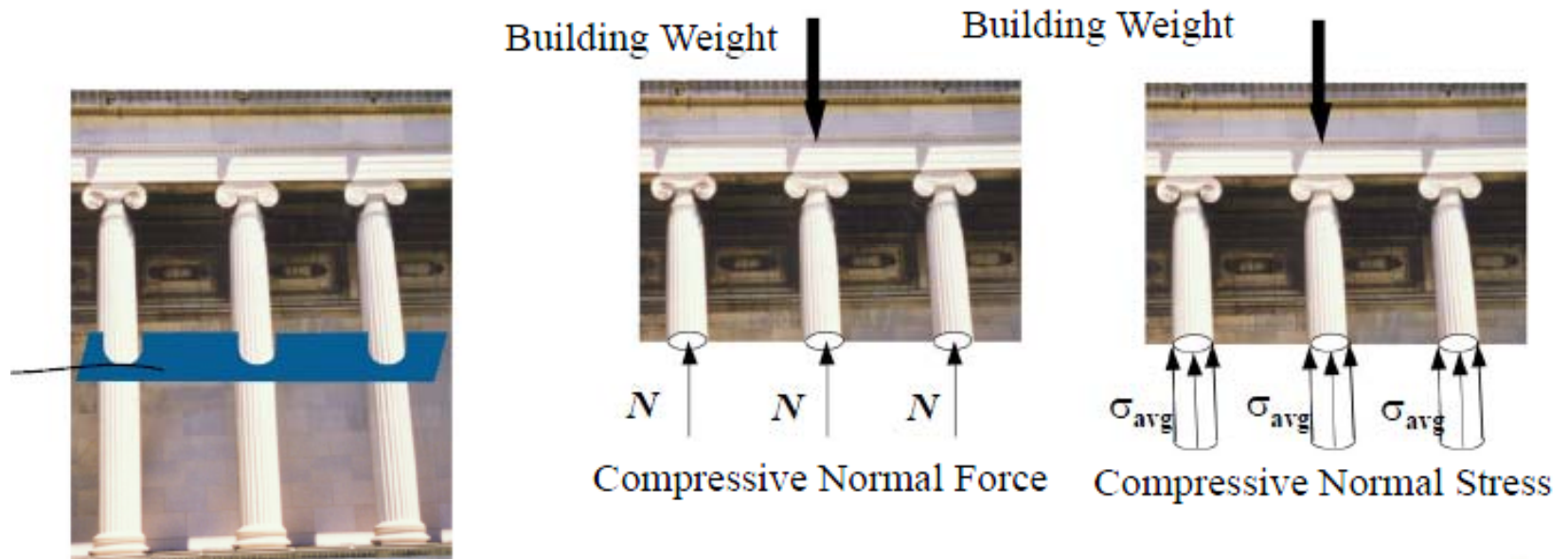
تنش وارد بر سطح در واقع یک سیستم توزیع نیروی داخلی میباشد که به دو مؤلفه تقسیم میگردد: مؤلفه قائم بر سطح (تنش نرمال) و موازی سطح (تنش برشی)

فصل دوم- تنش صفحه ای

(۱) تنش نرمال

در شکل زیر، ستونهای سازه باید دارای مقاومت کافی جهت تحمل وزن سازه باشند. چنانچه یه مقطع فرضی از ستونها بزنیم و نمودار جسم آزاد را رسم نماییم، نیروهای نرمالی جهت بالانس نمودن وزن مورد نیاز میباشند. در حقیقت، نیروی داخلی قائم N تقسیم بر سطح مقطع برش خورده A ، شدت میانگین توزیع نیروی داخلی نرمال

را ارائه مینماید که به آن تنش نرمال گفته میشود:

$$\sigma_{av} = \frac{N}{A}$$


فصل دوم- تنش صفحه ای

- دقت نمایید که در مقاومت مصالح و غالب کتب طراحی، تنشها با حروف کوچک و نیروها با حروف بزرگ نمایش داده میشوند.
- با دقت در رابطه تنش و متوسط محوری ارائه شده، چنانچه نیرو افزایش یابد، سازه بتدریج گسیخته میشود و در واقع مقدار تنش موجود افزایش می یابد. بعلاوه، چنانچه مقطع ضخیمتر دیگری تحت همین وزن قرار گرفته باشد (مقطع با مساحت بیشتر)، مقدار تنش کاهش یافته و انتظار میرود که تحت افزایش بار بیشتری گسیخته شود. در واقع تنش، عبارت است از نیروی وارد بر سطح مقطع.

$$\sigma_{av} = \frac{N}{A}$$

- چنانچه نیروی محوری از سطح مقطع فرضی دور شود به تنش حاصله، تنش کششی و چنانچه به سمت مقطع باشد، تنش فشاری گفته میشود.

فصل دوم- تنش صفحه ای

• در جدول زیر واحدهای مربوط به تنش ارادئه گردیده است:

Abbreviation	Units	Basic Units
psi	Pounds per square inch	lb/in. ²
ksi	Kilopounds (kips) per square inch	10 ³ lb/in. ²
Pa	Pascal	N/m ²
kPa	Kilopascal	10 ³ N/m ²
MPa	Megapascal	10 ⁶ N/m ²
GPa	Gigapascal	10 ⁹ N/m ²

• تنش نرمالی که در راستای محور عضو لاغر (کابل، میله، ستون و میلگرد) اعمال میگردد، تنش محوری (Axial Stress) نامیده میشود. تنش نرمال فشاری ای که از فشار یک سطح بر سطح دیگر ایجاد میشود، تنش لهیدگی (Bearing Stress) نامیده میشود. بنابراین تنش فشاری میان پایه ستون و کف، تنش لهیدگی و تنش فشاری داخل ستون، تنش محوری نامیده میشود.

تنش نرمال

مثال (۱) دختری به وزن ۴۰ کیلوگرم در حال تاب بازی میباشد. قطر میله های تشکیل دهنده زنجیر معادل ۵ میلیمتر میباشد. تنش متوسط محوری را در انتهای زنجیر و با فرض چشم پوشی از نیروهای اینرسی محاسبه نمایید.



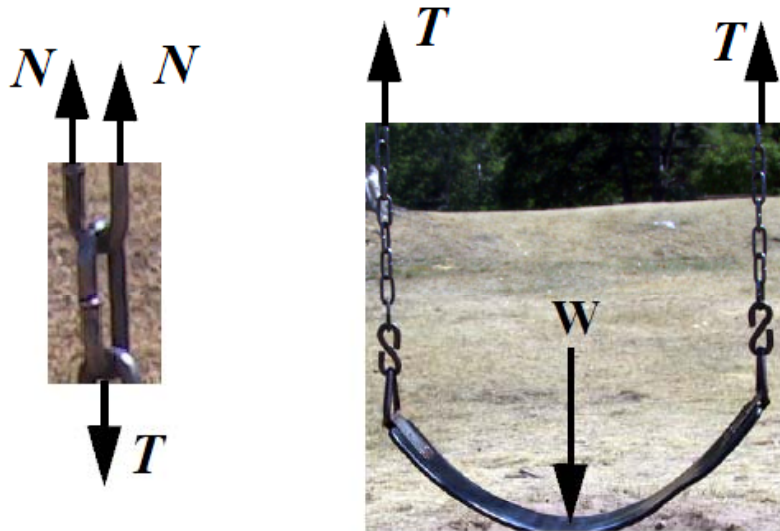
یک مقطع فرضی در تاب زده میشود و نیروی کششی موجود در زنجیرها محاسبه میگردد.

تنش نرمال

مساحت مقطع زنجیر و نیز وزن دختر بصورت زیر محاسبه میگردد:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(0.005 \text{ m})^2}{4} = 19.6(10^{-6}) \text{ m}^2 \quad W = (40 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 392.4 \text{ N}$$

از نمودار جسم آزاد جسم مشخص میگردد که نیروی کشش زنجیر هر طرف تاب معادل نصف وزن دختر بچه میباشد. بعلاوه نیروی کشش مقطع زنجیر معادل نصف کشش کل زنجیر میباشد:



$$T = 2N$$

$$2T = 392.4 \text{ N}$$

$$4N = 392.4 \text{ N}$$

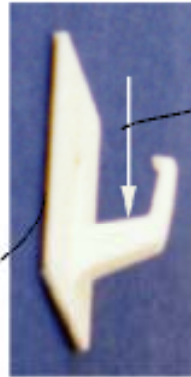
$$N = 98.1 \text{ N}$$

بنابراین تنش نرمال متوسط بصورت زیر معادل ۵ مگاپاسکال محاسبه میگردد:

$$\sigma_{\text{av}} = \frac{N}{A} = \frac{98.1 \text{ N}}{(19.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} = 4.996 \times 10^6 \text{ N/m}^2$$

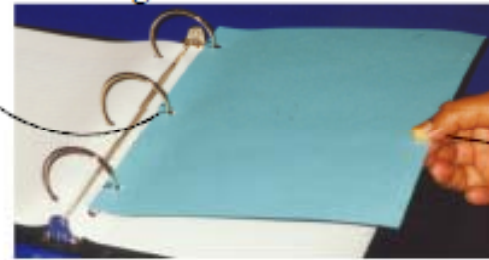
فصل دوم - تنش برشی

Imaginary cut between the wall and the tape

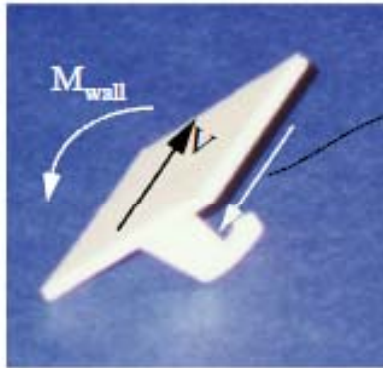


Weight of the Clothes

Imaginary cut along the possible path of the edge of the ring.



Pull of the hand



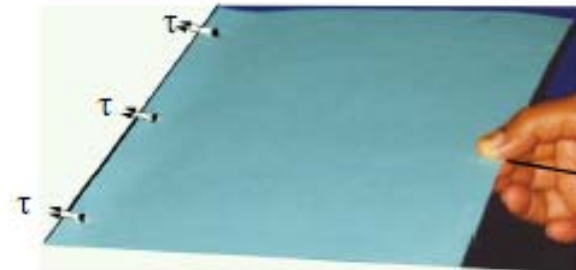
Weight of the Clothes



Pull of the hand



Weight of the Clothes



Pull of the hand

(a)

(b)

فصل دوم- تنش صفحه ای- برشی

(۲) تنش برشی

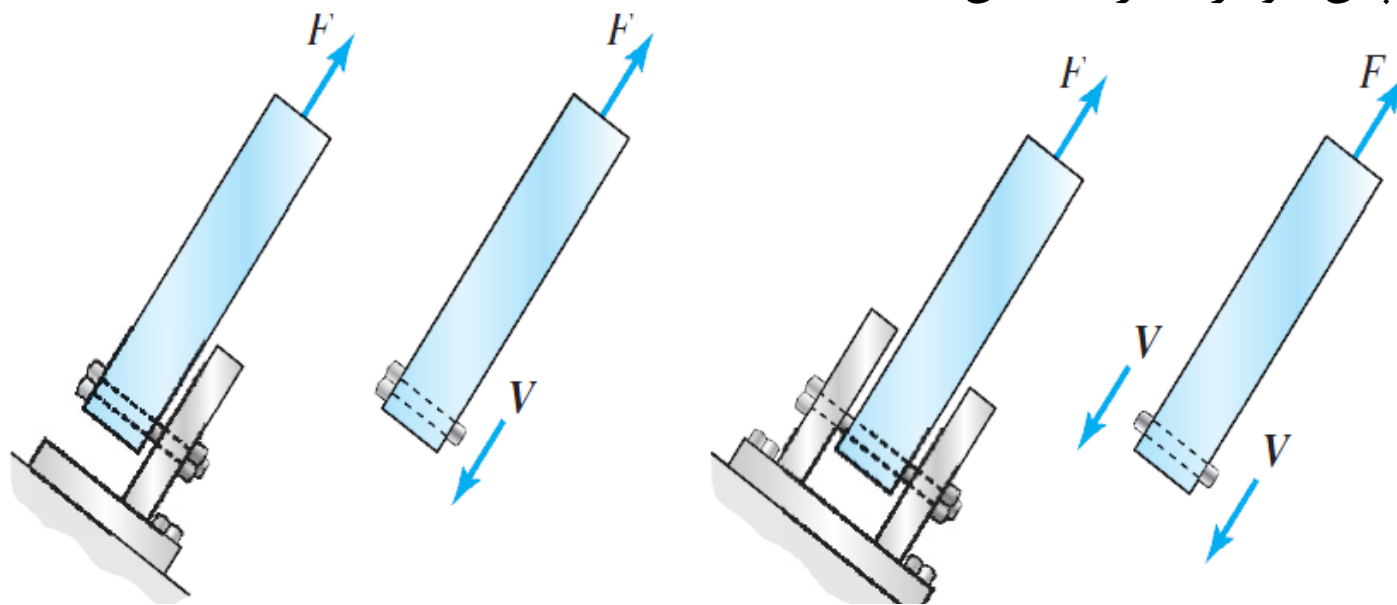
- در اشکال فوق، در شکل (a) یک چسب دو طرفه، آویز لباس را به دیوار متصل کرده است که باید مقاومت لازم جهت نگهداری آویز لباس را داشته باشد. با در نظر گرفتن یک مقطع فرضی، دیاگرام نیروهای داخلی در شکل فوق ارائه گردیده است.
- در شکل (b) نیز یک مقوا در کلاسور مشاهده می‌گردد که با کشش توسط دست در محل قیدهای کلاسور گسیخته می‌گردد. که مشخصات نیرویی آن در شکل‌های فوق ارائه گردیده است.
- در هر دو نمودارهای جسم آزاد مثال زده شده، نیروی داخلی جهت ایجاد تعادل به موازات مقطع فرضی می‌باشد. در واقع، نیروی داخلی برشی V ایجاد شده تقسیم بر سطح مقطع فرضی معادل، شدت متوسط توزیع نیروی برشی داخلی را ارائه مینماید که به آن تنش برشی گفته میشود:

$$\tau_{av} = \frac{V}{A}$$

فصل دوم- تنش صفحه ای

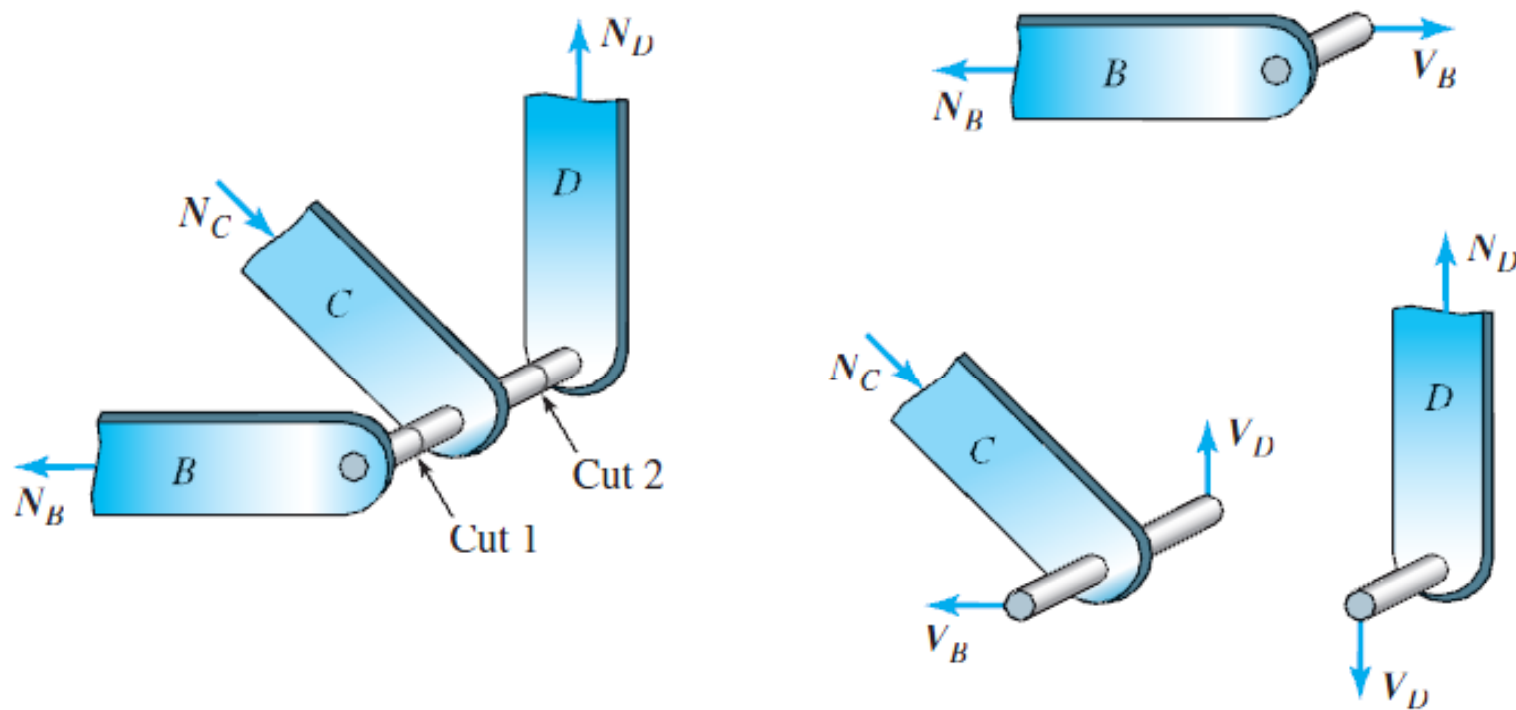
۳) پینها

پینها یکی از رایجترین اجزای سازه ای هستند که تنش برشی در مقطع فرضی بصورت یکنواخت فرض میگردد. بولتها و پیچها و بسیاری از اجزای اتصالات که عملکرد عمده آنها بصورت برشی میباشد بعنوان پین تلقی میگردند. در حقیقت پینهای برشی بصورت فیوزهای میکانیکی ای عمل مینمایند که چنانچه بار منتقل شده از مقدار مشخصی که اجزای سازه ای را تخریب مینماید، افزایش یابد، گسیخته شود. در شکلهای زیر، شکل سمت چپ، پین یک برشه و شکل سمت راست، پین دو برشه را نمایش میدهد.



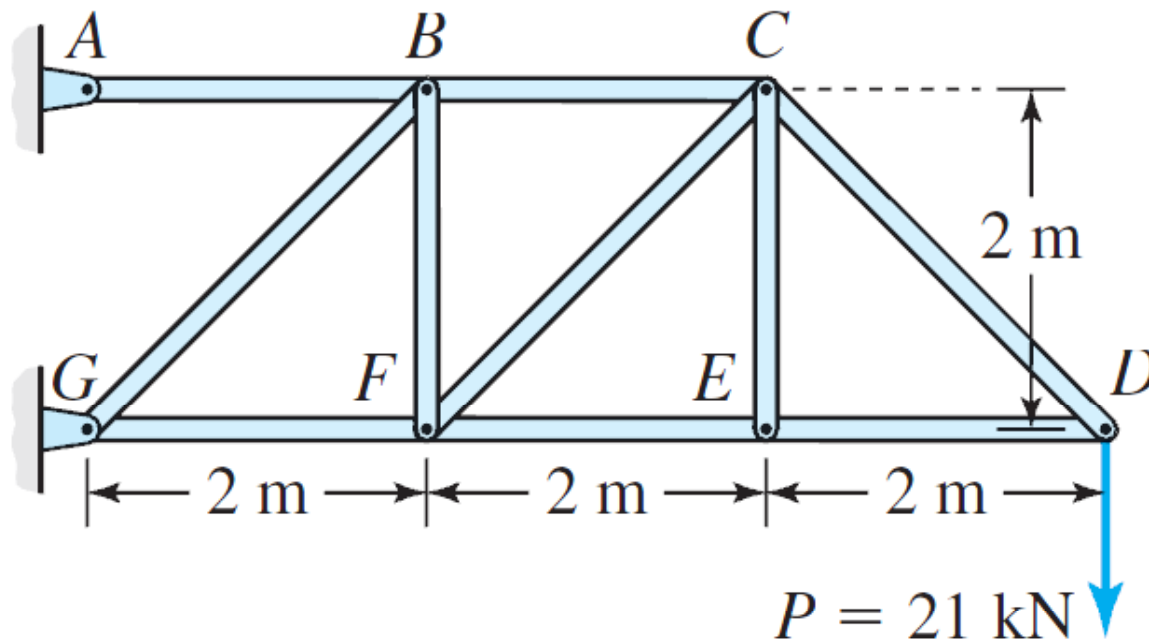
فصل دوم- تنش صفحه ای- پینها

هنگامیکه بیش از دو عضو (نیرو) بر پین اثر مینمایند، در نظر گرفتن صحیح سطحی که تنش در آن سطح خواسته شده است حائز اهمیت میباشد. همانطور که در نمودارهای جسم آزاد شکل زیر نشان داده شده است، تنش برشی در سطح مقطع فرضی ۱ متفاوت از مقدار تنش برشی در سطح مقطع فرضی ۲ میباشد.



تنش برشی

مثال (۲) تمام اعضای خرپای زیر دارای سطح مقطع 500 میلی‌مترمربع و کلیه پینها دارای قطر 20 میلی‌متر میباشند. الف) تنش محوری را در اعضای BC و DE تعیین نمایید؟ ب) تنش برشی پین را در نقطه A با فرض دوبرشه بودن پین محاسبه نمایید؟



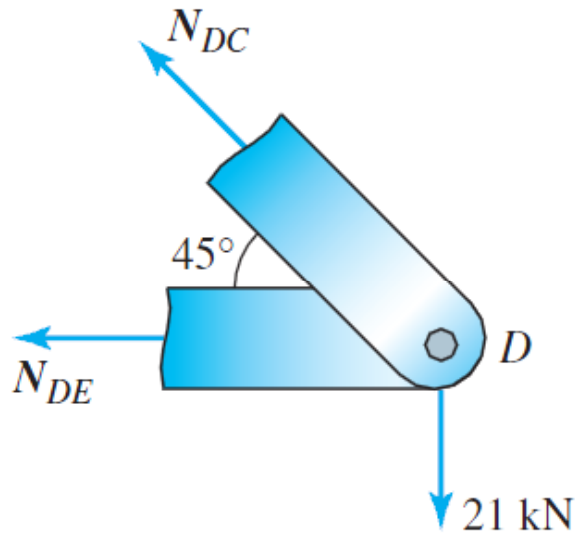
جهت حل قسمت (الف) با تعیین نیروهای محوری این دو عضو (بروش گره و مقطع زدن خرپا)، تنش محوری آنها محاسبه میگردد و در قسمت (ب)، با ترسیم نمودار جسم آزاد کل خرپا و تعیین نیروی تکیه گاهی در نقطه A ، تنش برشی پین مورد محاسبه قرار میگیرد.

تنش برشی

حل: سطح مقطع اعضا و پینها بصورت زیر محاسبه میگردد:

$$A_p = \frac{\pi(0.02 \text{ m})^2}{4} = 314.2(10^{-6})\text{m}^2 \quad A_m = 500(10^{-6})\text{m}^2$$

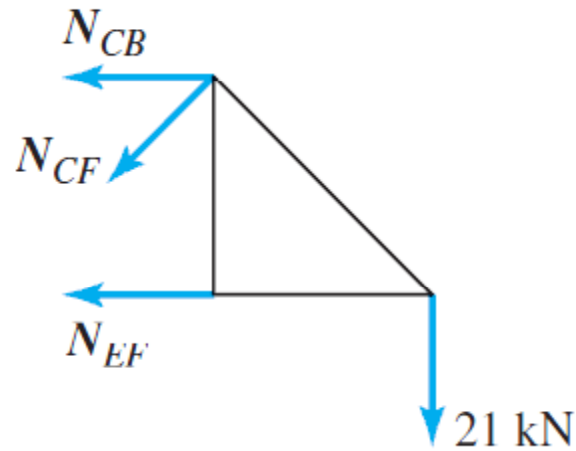
(الف) نیروی عضو DE توسط تعادل گره D، و نیروی عضو BC توسط مقطع زدن در خرپا در موقعیت نشان داده در شکل زیر محاسبه میگردد:



$$N_{DC} \sin 45^\circ - 21 \text{ kN} = 0 \quad \text{or} \quad N_{DC} = 29.7 \text{ kN}$$

$$-N_{DE} - N_{DC} \cos 45^\circ = 0 \quad \text{or} \quad N_{DE} = -21 \text{ kN}$$

تنش برشی



$$N_{CB}(2 \text{ m}) - (21 \text{ kN})(4 \text{ m}) = 0$$

$$N_{CB} = 42 \text{ kN}$$

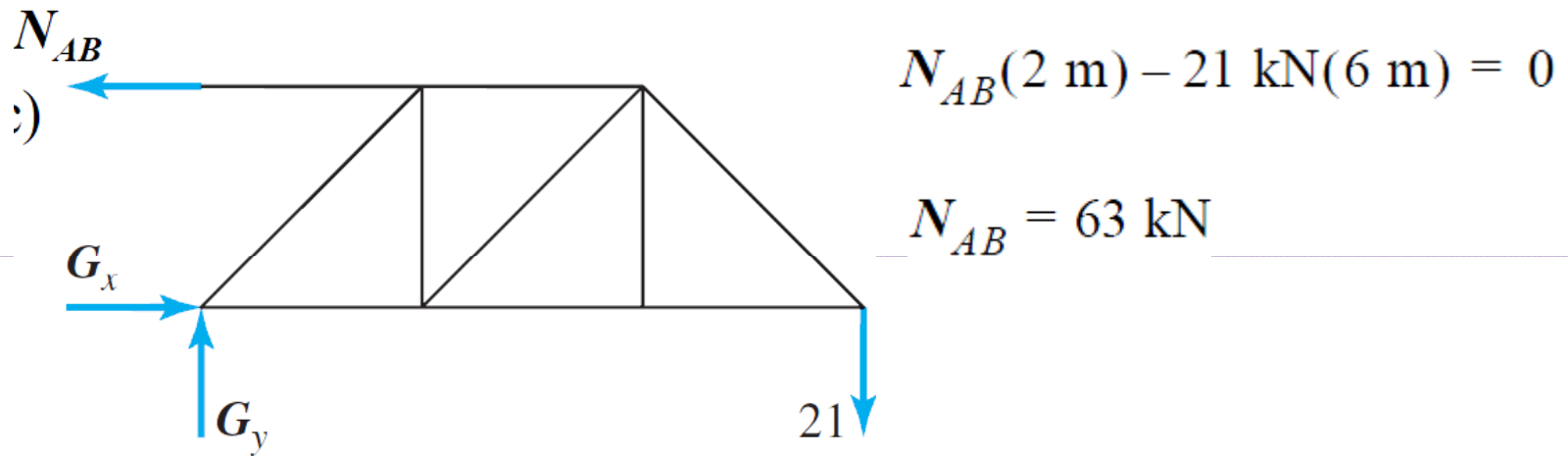
تنش محوری هر یک از این اعضا از تقسیم نیرو بر سطح مقطع آنها محاسبه میگردد:

$$\sigma_{DE} = \frac{N_{DE}}{A_m} = \frac{[-21(10^3) \text{ N}]}{[500(10^{-6}) \text{ m}^2]} = -42(10^6) \text{ N/m}^2$$

$$\sigma_{CB} = \frac{N_{CB}}{A_m} = 84(10^6) \text{ N/m}^2$$

تنش برشی

ب) با در نظر داشتن نمودار جسم آزاد کل خرپا و نوشتن معادله تعادل لنگر حول گره G، نیروی عضو AB که معادل واکنش تکیه گاهی A میباشد محاسبه میگردد:



$$N_{AB}(2 \text{ m}) - 21 \text{ kN}(6 \text{ m}) = 0$$

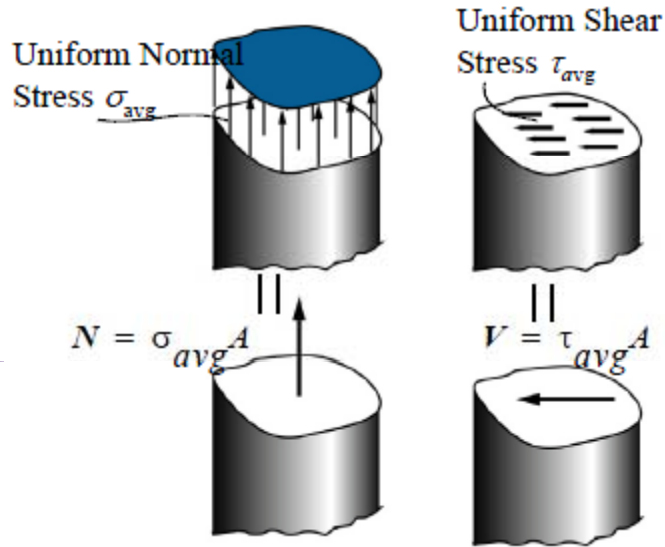
$$N_{AB} = 63 \text{ kN}$$

از آنجایی که بین دو برشه میباشد، تنش برشی آن بصورت زیر محاسبه میگردد:

$$\tau_A = \frac{N_{AB}/2}{A_p} = \frac{31.5(10^3) \text{ N}}{314.2(10^{-6})\text{m}^2} = 100(10^6) \text{ N/m}^2$$

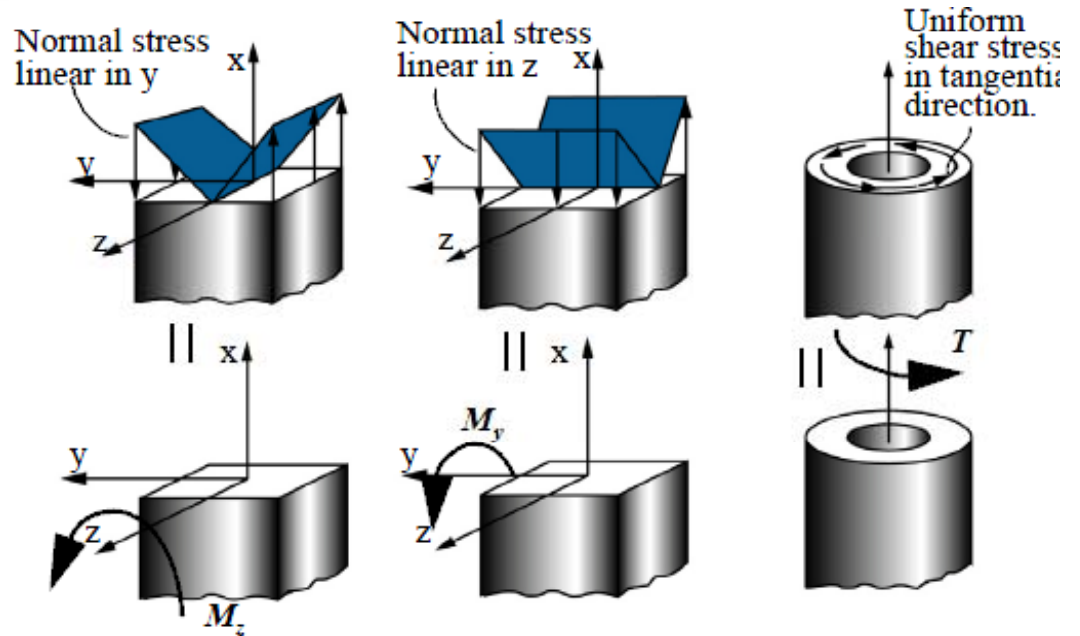
تنشهای ناشی از نیروهای داخلی

در شکلهای زیر تنشهای ایجاد شده تحت تأثیر نیروی محوری، برشی، لنگر خمشی و پیچشی نشان داده شده اند:



تنشهای ناشی از نیروها:

تنشهای ناشی از لنگرها :

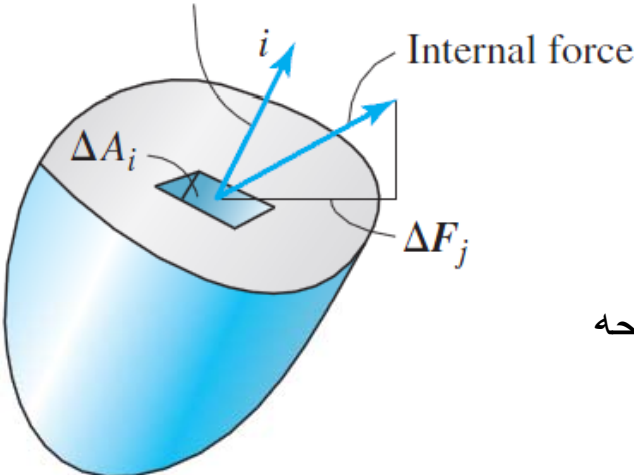


فصل دوم- تنش روی نقطه

گسیختگی یک سازه از یک نقطه شروع شده و توسعه می یابد. باین ترتیب تعریف ما از تنش باید اصلاح گردیده و دقیقتر گردد. بنابراین تنش بر روی نقطه باید تعریف گردد. ولی از یک نقطه بینهایت صفحه عبور مینماید و کدامیک از این صفحات بعنوان سطح فرضی در نظر گرفته میشود؟ و وقتی مساحت به صفر کاهش می یابد کدامیک از روابطه تنش که ارائه شدند مورد استفاده قرار میگیرد (برشی یا

محوری)؟ هر دو سوال با اختصاص علامت به صفحه تنش مورد بررسی و نیروی داخلی مورد نظر، پاسخ داده میشوند. با تعریف رابطه تنش بصورت زیر و اختصاص اندیس نخست به نرمال صفحه تنش و اندیس دوم به جهت بردار نیروی داخلی،

تعریف میگردد:

$$\sigma_{ij} = \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta F_j}{\Delta A_i} \right)$$


نرمال صفحه تنش

جهت مؤلفه نیروی داخلی

فصل دوم- تنش روی نقطه

بنابراین در فضای سه بعدی، میتوان از محورهای مختصات x, y, z استفاده نمود. بعلاوه بین اندیس اول و دوم امکان جابجایی وجود دارد، بنابراین با یک ماتریس تنش یا تانسور مرتبه دوم تنش بصورت زیر مواجه خواهیم بود. در این ماتریس، کلیه مؤلفه های روی قطر اصلی بیانگر تنشهای نرمال میباشند و مابقی مؤلفه ها بیانگر تنشهای برشی:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

در واقع کمیت اسکالر تانسور مرتبه صفر، بردار تانسور مرتبه یک و تنش تانسور مرتبه دو میباشد که در جدول زیر در فضای ۱-۳ بعدی نشان داده شده است:

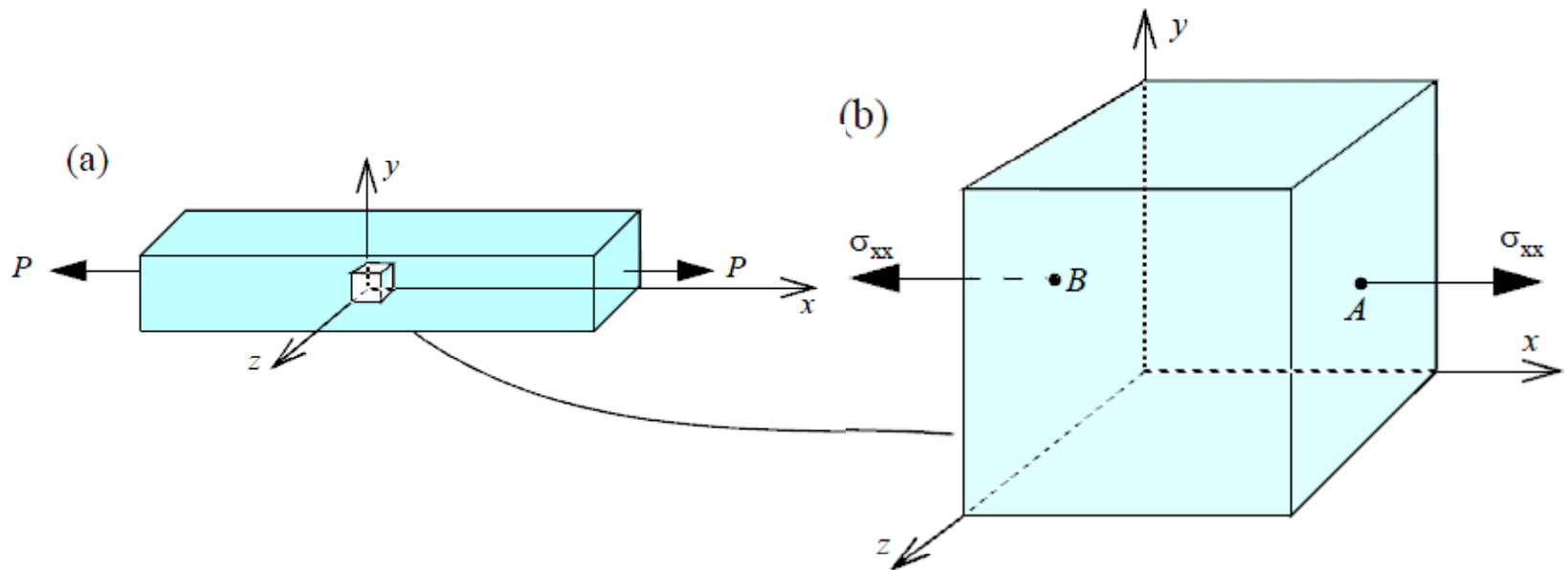
Quantity	One Dimension	Two Dimensions	Three Dimensions
Scalar	$1 = 1^0$	$1 = 2^0$	$1 = 3^0$
Vector	$1 = 1^1$	$2 = 2^1$	$3 = 3^1$
Stress	$1 = 1^2$	$4 = 2^2$	$9 = 3^2$

فصل دوم- المانهای تنش

المانها تنش

جهت درک بهتر تنش در نقطه، المان تنش که با سطوح بسیار جزئی سروکار دارد، مورد استفاده قرار میگیرد.

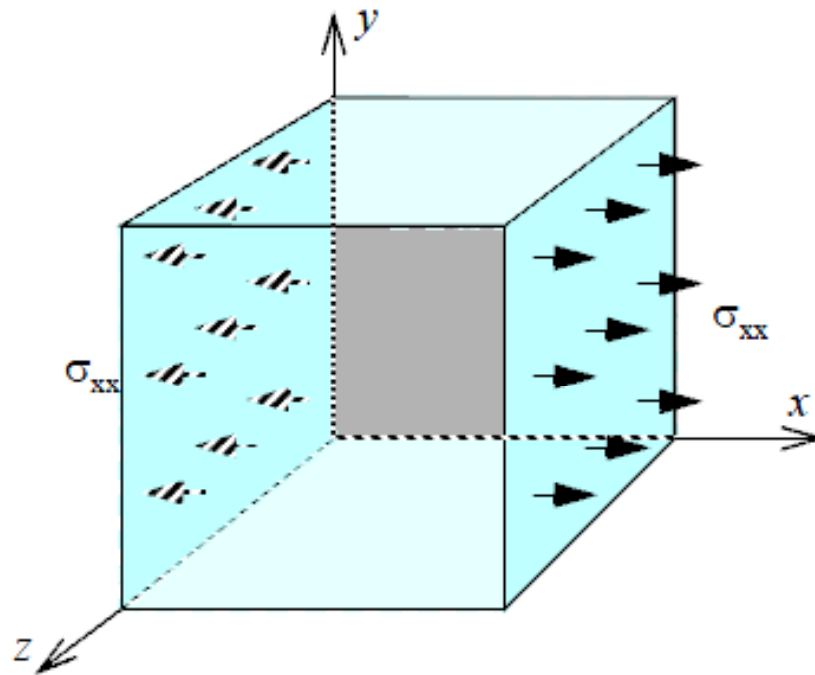
(۱) المان تنش برای تنش محوری



فصل دوم- المانهای تنش

(۱) المانها تنش محوری

چنانچه میله فوق را تحت بار محوری در نظر بگیریم و یک الامان بسیار کوچک را از آن خارج کنیم، آن المان نیز بصورت نشان داده شده تحت نیروی محوری قرار خواهد داشت که تنشهای محوری آن بصورت زیر خواهند بود:



فصل دوم- المانهای تنش

(۲) المانهای تنش برای تنش صفحه ای

تنش صفحه ای در واقع یکی از ساده سازیهای تنش در مقاومت مصالح میباشد و المان تنش را در فضای دو بعدی مورد بررسی قرار میدهد:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

تنشها در این صفحه بصورت زیر نمایش داده میشوند:

