

مقاؤمت مصالح



مفاهیم پایه

(۱) ایمنی (مقاومت): تحمل نیروهای وارد بر سازه

(۲) تغییر مکان: قابلیت بهره برداری

(۳) اقتصاد: ضمن رعایت (۱) و (۲)، با تنظیم هندسه سازه
و مشخصات آن، هزینه طرح حداقل گردد

طرح سازه

مقاومت مصالح: علمی که موارد سه گانه فوق را توأمًا در
بر میگیرد

تعریف پایه

- **ماده:** عبارت از وجودی است که فضا اشغال مینماید
- **جسم (Body):** ماده‌ای که توسط یک سطح بسته محصور شده باشد
- **جسم صلب (Rigid Body):** جسمی که ذرات آن تحت بارهای اعمال شده هیچگونه جابجایی ای نسبت بیکدیگر نداشته باشند (ایده آل)
- **جسم انعطاف پذیر (Formable Body):** جسمی که ذرات آن تحت بارهای اعمال شده دارای جابجایی نسبت بیکدیگر میباشند
- **جسم همگن (Homogeneous):** جسمی که خواص آن در تمام نقاط یکسان میباشد
- **جسم ایزوتروپیک (Isotropic):** جسمی که خواص آن در هر نقطه در تمام جهات یکسان باشد (مثل فولاد)
 ↖
 مقابل حالت فوق، جسم ایزوتروپیک (Anisotropic) میباشد (مانند چوب)

سیستم یکاها - انواع

(m.N.sec) سیستم رایج جهانی **SI**

(in.lb.sec) سیستم انگلیسی و رایج در ایالات متحده **USCS**

(m.kg.sec) سیستم رایج فیزیکی **MKS**

سیستم آحاد

یکای تنش در سیستم‌های فوق بصورت زیر می‌باشد:

- SI:** Pa (N.m), Mpa (N.mm)
- MKS:** kg/cm²
- USCS:** psi (lb.in), ksi (klb.in)

سیستم یکاها - تبدیل

Quantity	USCS to SI	SI to USCS
Length	$1 \text{ in} = 25.400 \text{ mm}$ $1 \text{ ft} = 0.3048$	$1 \text{ m} = 39.37 \text{ in}$ $1 \text{ m} = 3.281 \text{ ft}$
Area	$1 \text{ in}^2 = 645.2 \text{ mm}^2$ $1 \text{ ft}^2 = 0.0929 \text{ m}^2$	$1 \text{ mm}^2 = 1.550(10^{-3}) \text{ in}^2$ $1 \text{ m}^2 = 10.76 \text{ ft}^2$
Volume	$1 \text{ in}^3 = 16.39(10^3) \text{ mm}^3$ $1 \text{ ft}^3 = 0.028 \text{ m}^3$	$1 \text{ mm}^3 = 61.02(10^{-6}) \text{ in}^3$ $1 \text{ m}^3 = 35.31 \text{ ft}^3$
Area Moment of Inertia	$1 \text{ in}^4 = 0.4162(10^6) \text{ mm}^4$	$1 \text{ m}^4 = 2.402(10^{-6}) \text{ in}^4$
Mass	$1 \text{ slug} = 14.59 \text{ kg}$	$1 \text{ kg} = 0.06852 \text{ slugs}$
Force	$1 \text{ lb} = 4.448 \text{ N}$ $1 \text{ kip} = 4.448 \text{ kN}$	$1 \text{ N} = 0.2248 \text{ lb}$ $1 \text{ kN} = 0.2248 \text{ kip}$
Moment	$1 \text{ in-lb} = 0.1130 \text{ N-m}$ $1 \text{ ft-lb} = 1.356 \text{ N-m}$	$1 \text{ N-m} = 8.851 \text{ in-lb}$ $1 \text{ N-m} = 0.7376 \text{ ft-lb}$
Force per unit length	$1 \text{ lb/ft} = 14.59 \text{ N/m}$	$1 \text{ N/m} = 0.06852 \text{ lb/ft}$
Pressure; Stress	$1 \text{ psi} = 6.895 \text{ kPa}$ $1 \text{ ksi} = 6.895 \text{ MPa}$ $1 \text{ lb/ft}^2 = 47.88 \text{ Pa}$	$1 \text{ kPa} = 0.1450 \text{ psi}$ $1 \text{ MPa} = 0.1450 \text{ ksi}$ $1 \text{ kPa} = 20.89 \text{ lb/ft}^2$
Work; Energy	$1 \text{ lb.ft} = 1.356 \text{ J}$	$1 \text{ J} = 0.7376 \text{ lb.ft}$
Power	$1 \text{ lb.ft/s} = 1.356 \text{ W}$ $1 \text{ hp} = 745.7 \text{ W}$	$1 \text{ W} = 0.7376 \text{ lb.ft/s}$ $1 \text{ kW} = 1.341 \text{ hp}$

سیستم یکاها - پیشوند

Prefix Word	Prefix Symbol	Multiplication Factor
tera	T	10^{12}
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

تنش مجاز کششی فولاد نرمه:

$$140 \text{ MPa} = 1400 \text{ kg/cm}^2 = 20000 \text{ psi} = 20 \text{ ksi}$$

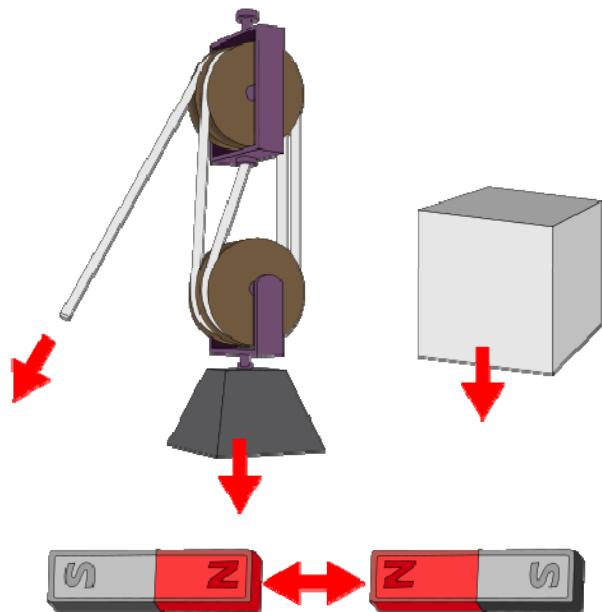
انواع نیروها

۱) نیرو و لنگر خارجی :

۲) نیروی و لنگر تکیه گاهی :

۳) نیرو و لنگر داخلی :

نیروها

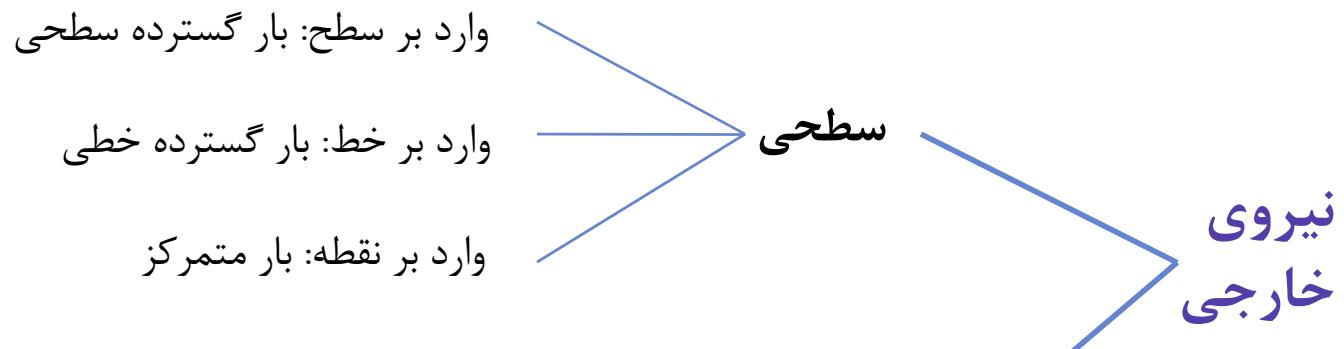


نیروهای خارجی !

انواع نیروها- خارجی

۱) نیروهای خارجی

- نیروها و لنگرها یی که به جسم اعمال میگردند نیروی خارجی نامیده میشوند که به اصطلاح به آنها "بار" اطلاق میشود.
- نیروهای خارجی غالباً دارای مقدار معلوم میباشند و فقط موقعی که مقادیر ظرفیت نیرویی یک مقطع موجود مورد نظر باشد، مقدار آنها مجھول یا پارامتریک است.



بر تمام نقاط جسم اعمال میگردد که از آن جمله بار ثقل، الکتریسیته و الکترومغناطیس را میتوان نام برد. واحد آن بصورت نیرو بر واحد حجم میباشد

انواع نیروها- خارجی

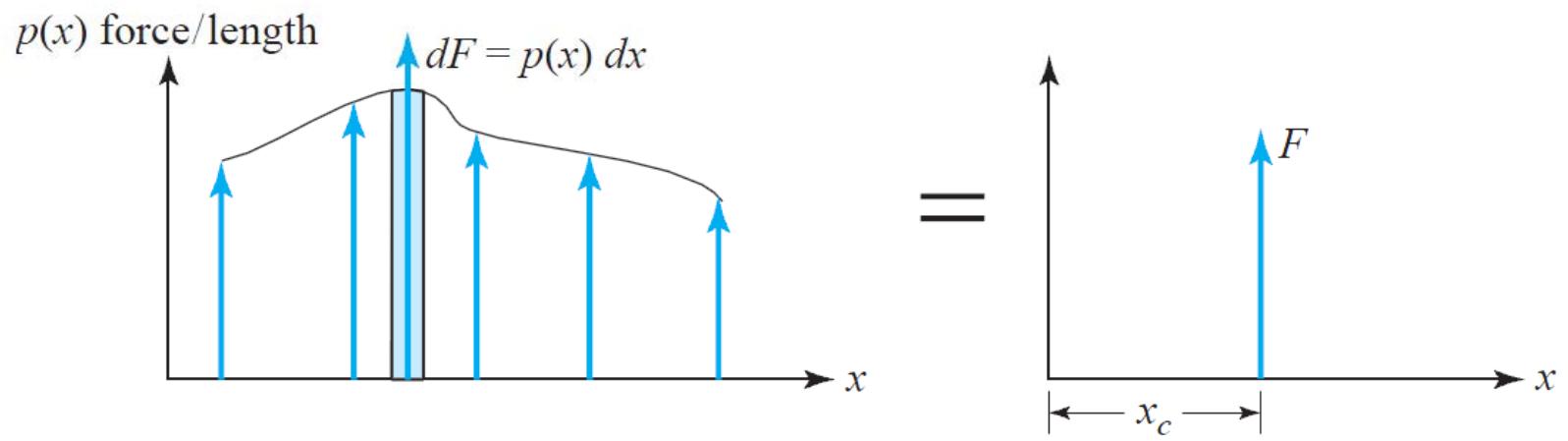
سیستم بار معادل استاتیکی

- دو سیستم نیرویی که نیروها و لنگرهای مشابهی را نتیجه میدهند، سیستم بار معادل استاتیکی نامیده میشوند. اگر سیستم نخست تعادل را برقرار نماید در اینصورت سیستم بار معادل استاتیکی نیز شرایط تعادل را ارضاء ننماید. این سیستم ساده تر از سیستم اصلی بوده و فرآیند تحلیل سازه را ساده تر ننماید.

بار گسترده خطی

بار گسترده سطحی

سیستم بار معادل
استاتیکی

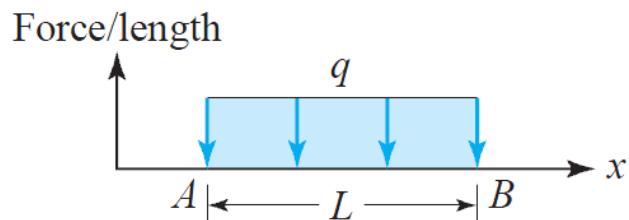


انواع نیروها - خارجی

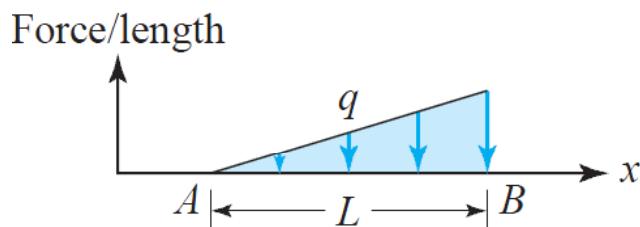
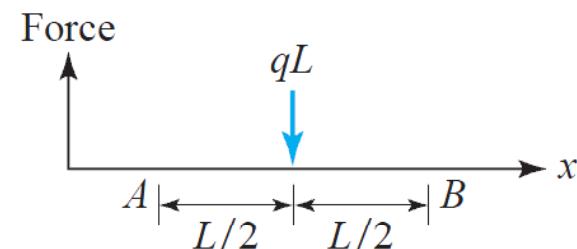
- در شکل فوق سیستم بار گسترده خطی با یک بار مرکز اثر بار معادل شده است. رابطه مرکز اثر بار نیز بصورت زیر میباشد:

$$F = \int_L p(x) dx \quad x_c = \frac{\int_L x p(x) dx}{F}$$

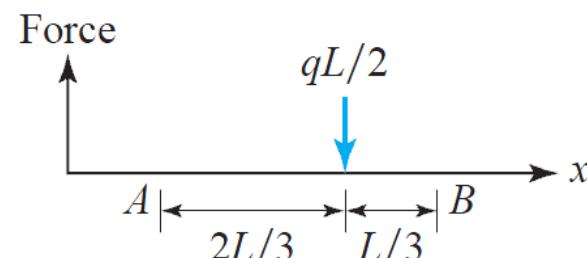
- شکلهای زیر نیز دو حالت ساده تر و رایج از سیستم بار معادل استاتیکی برای بار گسترده خطی میباشد:



Uniform
= (b)



Linear
= (c)

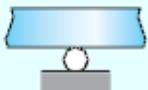
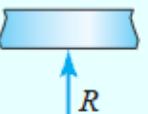
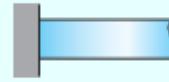
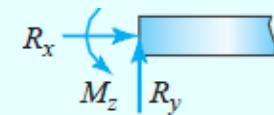


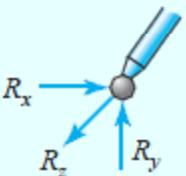
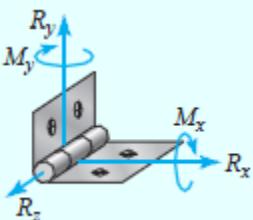
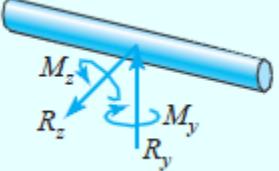
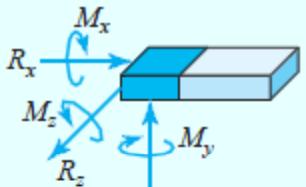
انواع نیروهای تکیه گاهی

۲) نیروهای تکیه گاهی

- نیروهای تکیه گاهی با اعمال بارهای خارجی (صفحه ای یا حجمی) بر سازه ایجاد میگردند و غالباً مقدار آنها مشخص نمیباشد. این مقادیر با تحلیل سازه و نوشتن معادلات تعادل (چنانچه سازه نامعین باشد روابط همسازی نیز نیاز نمیباشد)، محاسبه میگردد.

انواع تکیه گاههای سازه ای:

Type of Support	Reactions	Comments
 Roller on smooth surface		Only downward translation is prevented. Hence the reaction force is upward.
 Smooth pin		Translation in the horizontal and vertical directions is prevented. Hence the reaction forces R_x and R_y can be in the directions shown, or opposite.
 Fixed support		Beside translation in the horizontal and vertical directions, rotation about the z axis is prevented. Hence the reactions R_x and R_y and M_z can be in the directions shown, or opposite.

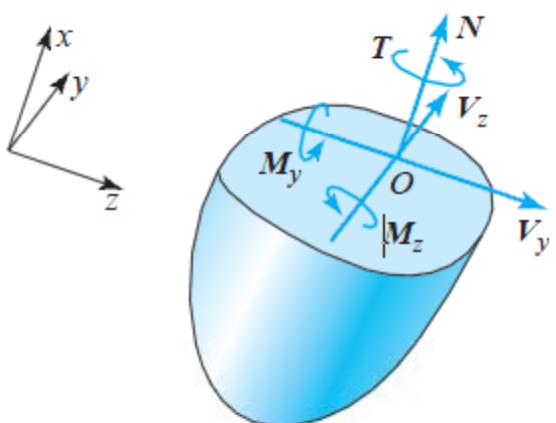
Type of Support	Reactions	Comments
Roller in smooth slot		Translation perpendicular to slot is prevented. The reaction force R can be in the direction shown, or opposite.
Ball and socket		Translation in all directions is prevented. The reaction forces can be in the directions shown, or opposite.
Hinge		Except for rotation about the hinge axis, translation and rotation are prevented in all directions. Hence the reaction forces and moments can be in the directions shown, or opposite.
Journal bearing		Translation and rotation are prevented in all directions, except in the direction of the shaft axis. Hence the reaction forces and moments can be in the directions shown, or opposite.
Smooth slot		Translation in the z direction and rotation about any axis are prevented. Hence the reaction force R_z and reaction moments can be in the directions shown, or opposite. Translation in the x direction into the slot is prevented but not out of it. Hence the reaction force R_x should be in the direction shown.

انواع نیروها- داخلی

۳) نیروهای داخلی

- نیروهای داخلی در واقع نگهدارنده ذرات یکی جسم در کنار یکدیگر میباشند و در حضور یا عدم حضور نیروهای خارجی وجود دارند. تغییرات ناشی از اعمال بارهای خارجی در مصالح توسط افزایش سطح نیروهای داخلی تحمل میگردد. بنابراین در مقاومت مصالح اهمیت بسزایی دارند.

- جهت تعیین نیروهای داخلی غالباً از روش " مقطع زدن " استفاده میشود که باین ترتیب نیروهای دو سطح مجاور مقطع فرضی، مساوی ولی در خلاف جهت خواهد بود.



N : نیروی محوری

V : نیروی برشی

M : لنگر خمشی

T : لنگر پیچشی

نمودار جسم آزاد

- قوانین نیوتون برای اجسام آزاد حاکم است. منظور از "آزاد"، این است که اگر جسم در تعادل نباشد حرکت مینماید. در نمودار جسم آزاد نیروهای خارجی و تکیه گاهی جسم بر سازه اعمال میگردند.
- نمودار جسم آزاد همچنین هنگام استفاده از روش مقطع زدن جهت محاسبه نیروهای داخلی نیز مورد استفاده قرار میگیرد.
- چنانچه جمع برداری کلیه نیروهای اعمال شده بر نمودار جسم آزاد برابر صفر باشد، آن جسم متعادل است:

$$\sum \bar{F} = 0 \quad \sum \bar{M} = 0$$

- در سیستم مختصات کارتزین سه بعدی روابط تعادل بصورت زیر میباشند:
$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum F_z = 0$$
$$\sum M_x = 0 \quad \sum M_y = 0 \quad \sum M_z = 0$$

نمودار جسم آزاد

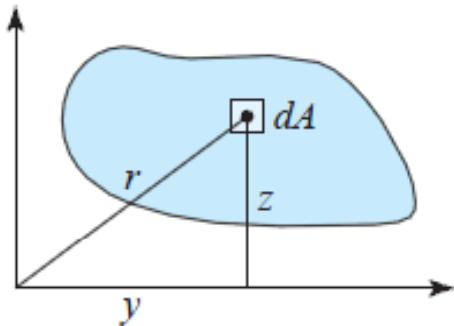
- روابط تعادل در حالت دو بعدی (صفحه y - X) به سه معادله کاهاش می یابد، چراکه نیروی عمود بر صفحه و همچنین خمین خمین عمود بر صفحه صفر بوده و حذف میگرددند. این معادلات بصورت زیر میباشند:

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_z = 0$$

-
- باید دقت نمود که چنانچه تعداد مجھولات تکیه گاهی بیش از روابط تعادل باشند سازه نامعین استاتیکی میباشد. بعلاوه حضور مفصل نیز خود یک رابطه به روابط تعادل اضافه مینماید.

خواص سطوح

(۱) مرکز سطح: از تقسیم لنگر اول سطح بر مساحت سطح بدست می‌آید:



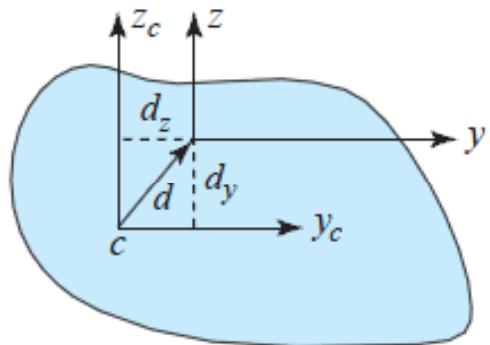
$$y_c = \frac{\int_A y \, dA}{\int_A dA} \quad z_c = \frac{\int_A z \, dA}{\int_A dA}$$

- * چنانچه مقطع متقارن باشد، مرکز سطح بر روی محور تقارن قرار می‌گیرد.
- * چنانچه مقطع ترکیبی از چند شکل هندسی باشد، مرکز سطح آن با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌گردد:

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n y_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^n z_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

خواص سطوح- ممان اینرسی

(۲) ممان دوم سطح : یا ممان اینرسی سطح حول هر محوری بصورت زیر تعریف میگردد:



$$I_{yy} = \int_A z^2 dA \quad I_{zz} = \int_A y^2 dA \quad I_{yz} = \int_A yz dA$$

$$J = \int_A r^2 dA = I_{yy} + I_{zz}$$

* چنانچه مقادیر ممان اینرسی حول دو محور مشخص باشند، این مقادیر حول هر دو محور متعامد دیگر که موازی با محورهای اولیه باشند نیز قابل محاسبه هستند (اندیس C بیانگر محورهای مار بر مرکز سطح میباشد) :

$$I_{yy} = I_{y_c y_c} + Ad_y^2 \quad I_{zz} = I_{z_c z_c} + Ad_z^2 \quad I_{yz} = I_{y_c z_c} + Ad_y d_z \quad J = J_c + Ad^2$$

* مقادیر ممان اینرسی و ممان اینرسی قطبی همواره مثبت بوده و حول محورهای مار بر مرکز سطح، دارای مینیمم مقدار میباشند.

* چنانچه هر یک از محورهای y یا z ، محور تقارن باشند، مقدار حاصلضرب سطح برابر صفر خواهد بود.

خواص سطوح

* ممان اینرسی مقطع متشکل از چند شکل هندسی حول محورهای دلخواه بصورت زیر محاسبه میگردد (اندیس C بیانگر محورهای مار بر مرکز سطح میباشد) :

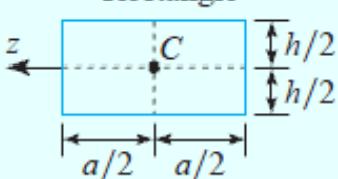
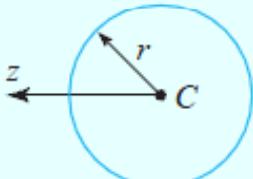
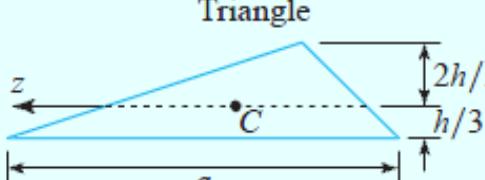
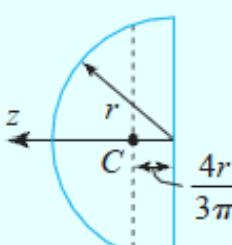
$$I_{yy} = \sum_{i=1}^n (I_{y_{c_i}y_{c_i}} + A_i d_{y_i}^2) \quad I_{zz} = \sum_{i=1}^n (I_{z_{c_i}z_{c_i}} + A_i d_{z_i}^2) \quad I_{yz} = \sum_{i=1}^n (I_{y_{c_i}z_{c_i}} + A_i d_{y_i} d_{z_i})$$
$$J = \sum_{i=1}^n (J_{c_i} + A_i d_i^2)$$

* مقدار شعاع ژیراسیون حول این محورها از رابطه زیر محاسبه میگردد :

$$\hat{r} = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad \text{or} \quad I = A \hat{r}^2$$

* مشخصات سطوح مختلف در ادامه طی یک جدول ارائه گردیده است.

خواص سطوح

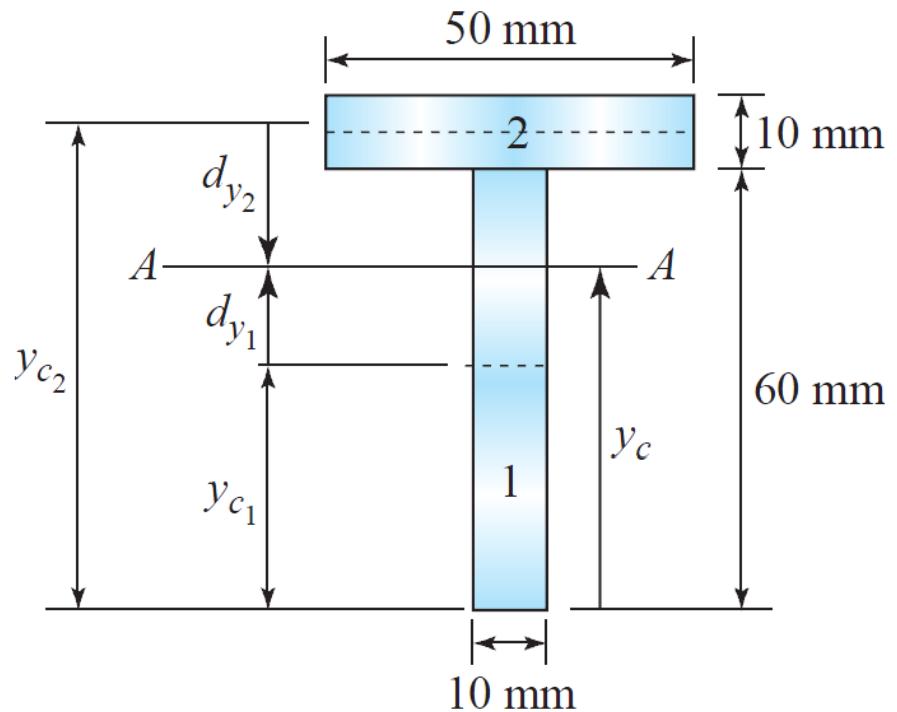
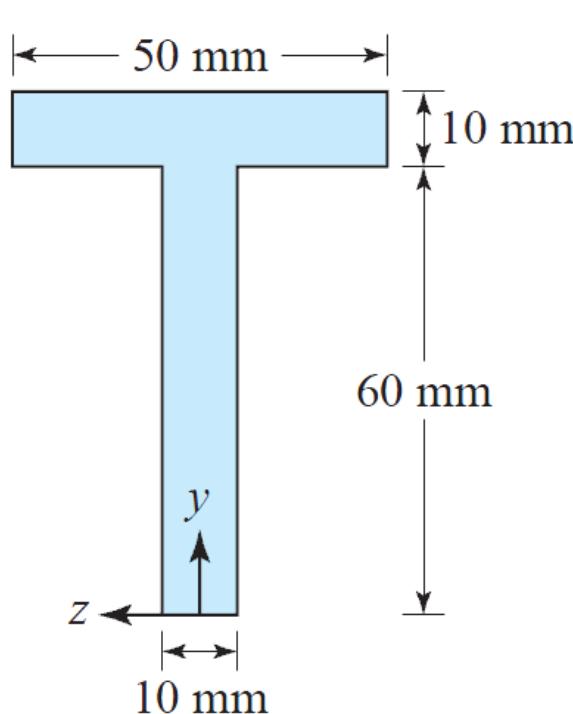
Shapes ^a	Areas	Second Area Moments of Inertia
Rectangle	$A = ah$	$I_{zz} = \frac{1}{12}ah^3$
		
Circle	$A = \pi r^2$	$I_{zz} = \frac{1}{4}\pi r^4$ $J = \frac{1}{2}\pi r^4$
		
Triangle	$A = \frac{ah}{2}$	$I_{zz} = \frac{1}{36}ah^3$
		
Semicircle	$A = \frac{\pi r^2}{2}$	$I_{zz} = \frac{1}{8}\pi r^4$
		

خواص سطوح

Shapes ^a	Areas	Second Area Moments of Inertia
<p>Trapezoid</p>	$A = \frac{h(a+b)}{2}$	$I_{zz} = \frac{h^3(a^2 + 4ab + b^2)}{36(a+b)}$
<p>Quadratic curve</p>	$A_1 = \frac{ah}{3}$	$(I_{zz})_1 = \frac{1}{21}ah^3$
<p>Cubic curve</p>	$A_1 = \frac{ah}{4}$	$(I_{zz})_1 = \frac{1}{30}ah^3$

خواص سطوح - مثال

مثال (۱) مرکز سطح و ممان اینرسی حول محورهای مار بر مرکز سطح را در شکل زیر محاسبه نمایید؟



مرکز سطح هر شکل و کل مقطع و نیز ممان اینرسی آنها در ادامه و جدول زیر آورده شده است:

خواص سطوح- مثال

Section	Centroids		
	y_{c_i} (mm)	A_i (mm ²)	$y_{c_i}A_i$ (mm ³)
1	30	$60 \times 10 = 600$	18,000
2	65	$50 \times 10 = 500$	32,500
Total		1100	50,500

$y_c = \frac{50,500}{1100} = 45.9 \text{ mm}$

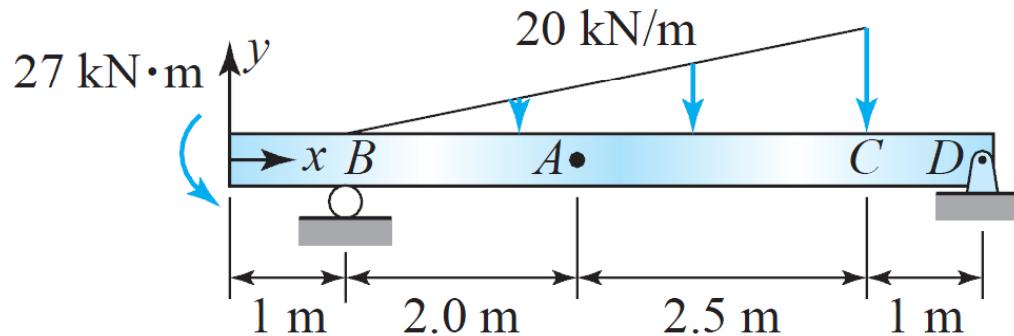
Area moment of inertia

$d_{z_i} = y_c - y_{c_i}$ (mm)	$I_{z_i z_i} = \frac{1}{12} a_i b_i^3$ (mm ⁴)	$I_{z_i z_i} + A_i d_{z_i}^2$ (mm ⁴)
15.9	$10 \times 60^3 / 12 = 180 \times 10^3$	331.7×10^3
19.1	$50 \times 10^3 / 12 = 4.2 \times 10^3$	186.6×10^3

$$I_{AA} = (331.7 + 186.6)(10^3) = 518.3(10^3) \text{ mm}^4$$

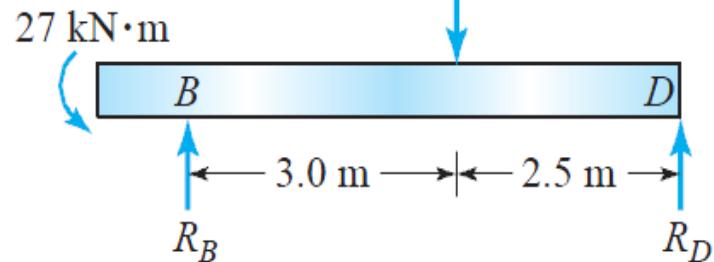
نیروی داخلی-مثال

مثال (۲) مقدار نیروهای داخلی (برش و خمش) را در نقطه A تعیین نمایید؟

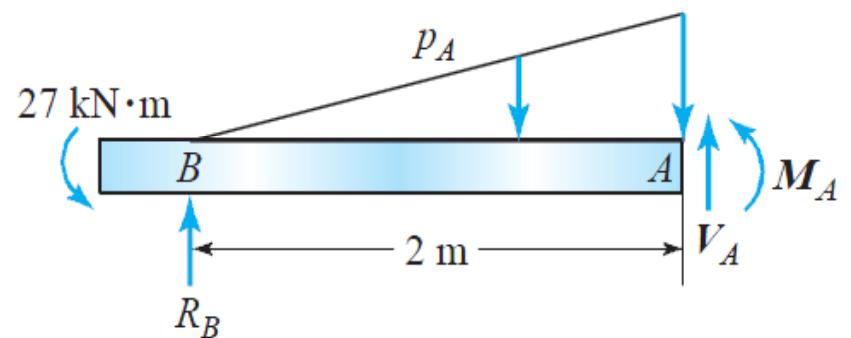


- نمودار جسم آزاد و سیستم بار معادل را برای بار مثلثی در تیر رسم مینماییم:

$$F = \frac{1}{2} \times 20 \times 4.5 = 45 \text{ kN}$$



(a)



(b)

نیروی داخلی-مثال

با نوشتن تعادل لنگر حول نقطه D مقدار واکنش B محاسبه میگردد:

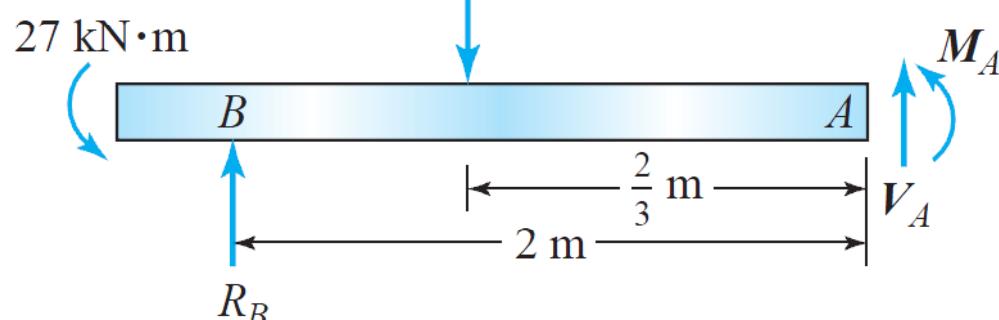
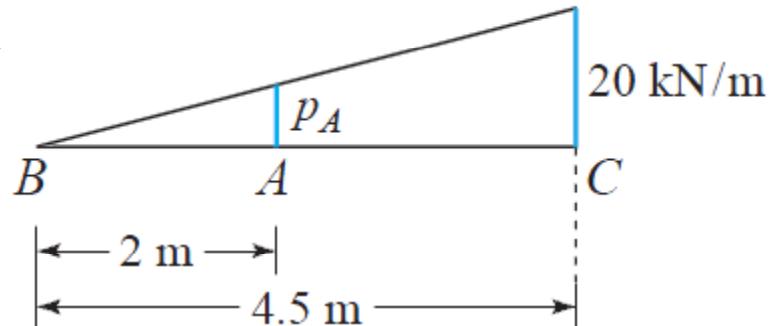
$$5.5R_B - 27 - 45 \times 2.5 = 0 \quad \text{or} \quad R_B = 25.36 \text{ kN}$$

حال با مقطع زدن در نقطه A میتوان نیروهای داخلی را در این نقطه محاسبه نمود

$$\frac{p_A}{2} = \frac{20}{4.5}$$

$$p_A = 8.89 \text{ kN/m}$$

$$F_A = \frac{1}{2} \times p_A \times 2 = 8.89 \text{ kN}$$



$$M_A + 27 - 25.36 \times 2 + 8.89 \times 2/3 = 0 \quad M_A = 17.8 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_A + 25.36 - 8.89 = 0$$

$$V_A = -16.5 \text{ kN}$$