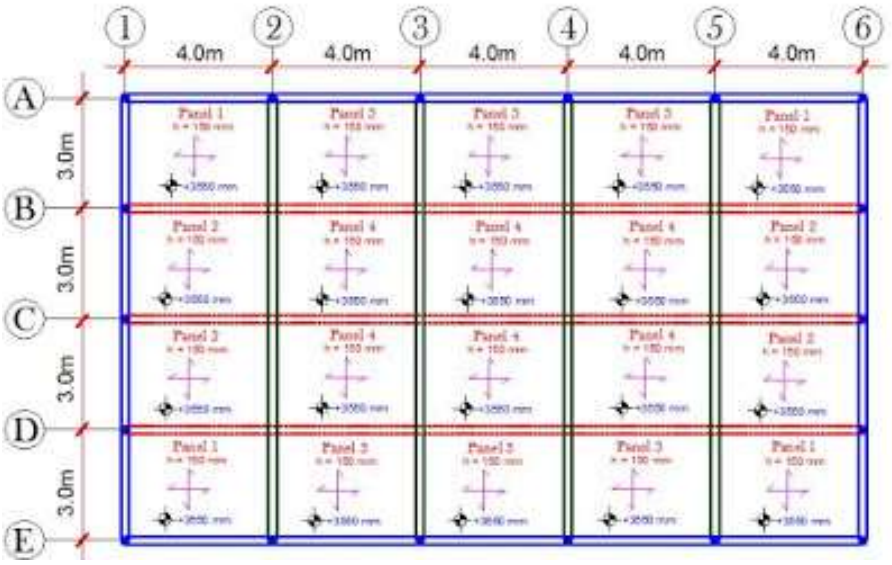
طراحی و آنالیز شبکه‌ای از تیرهای اندرکنشی اصلی و فرعی در دهانه‌های بزرگ



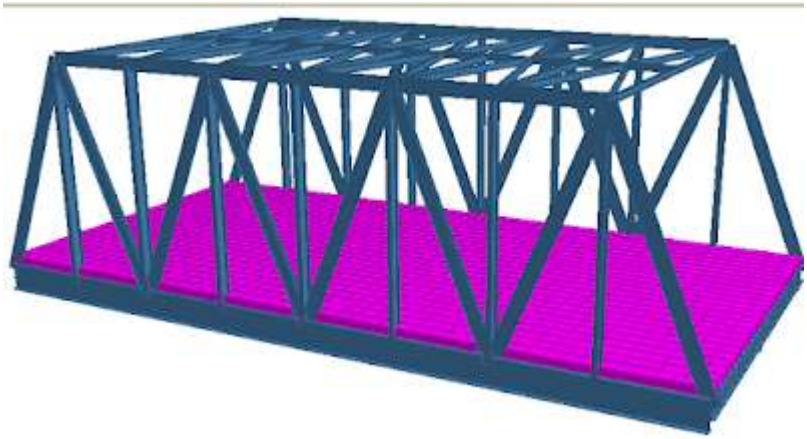
۱- مقدمه

در برخی از ساختمان‌ها به سطوح بزرگ پیوسته نیاز داریم و در چنین مواردی وجود ستون‌ها باید تا حد امکان کاهش پیدا کند. این ویژگی در ساختمان‌هایی همانند سالن اجتماعات، استادیوم‌ها، کلیساها، سالن‌های رقص و تمامی ساختمان‌هایی که در آن‌ها نیاز به وجود یک صحنه اجرا و جایگاهی برای تماشاچیان (شرکت‌کنندگان) دارند، احساس می‌شود. برای ساخت چنین فضاهایی نیاز به اعضایی با دهانه‌ی بلند وجود دارد.

امروزه می‌دانیم که استفاده از تیرها دز ساختمان‌هایی با دهانه طولانی مقرون‌به‌صرفه نیست. دلیل این است که نیروهای داخلی غالب در تیرچه، یعنی نیروی خمشی و نیروهای برشی، تابع طول تیر هستند. برای تحمل این نیروها در هنگام طراحی باید مقطع اعضا بزرگ‌تر فرض شود تا الزامات حالت حدی نهایی و بهره‌برداری رعایت شود. راه‌حل بهتر برای مواجهه با این مشکل در ساختمان‌های دهانه‌ی بزرگ استفاده از اَشکال سازه‌ای مانند خرپاها و قوس‌هاست.

خرپاها ترکیبی از اعضای صاف هستند که در انتها به هم متصل می‌شوند. اعضای خرپا به‌صورت مثلثی کنار هم چیده می‌شوند تا از نظر هندسی غیرقابل تغییر شده و مکانیزمی در آن‌ها ایجاد نشود. اعضا در چنین سیستم‌هایی با ایجاد نیروهای محوری در برابر بار مقاومت می‌کنند. به‌خصوص در صورتی که اعضا به‌صورت مفصلی به هم متصل شده باشند. در خرپاهای عادی، بارها فقط به مفصل‌ها وارد می‌شوند.

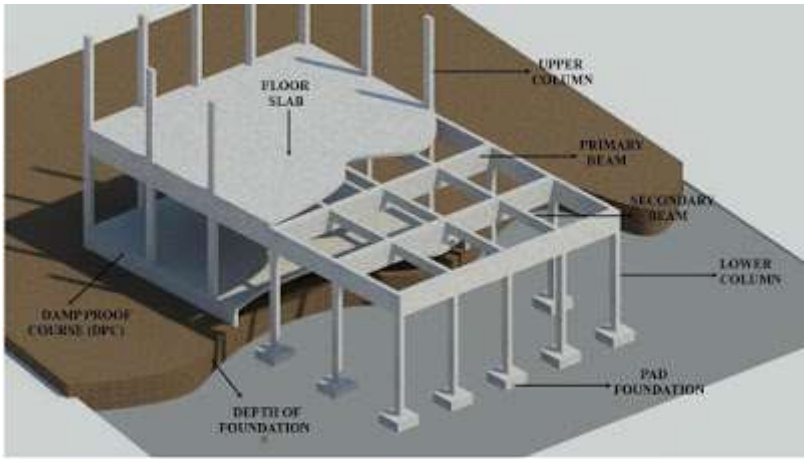
خرپاها گزینه‌ای اقتصادی و عملی برای مشکلات مهندسی هستند و به دلیل ایجاد نیروی محوری غالب، می‌توانند دهانه‌های بزرگ‌تری نسبت به تیرها ایجاد کنند. خرپاها را می‌توان در سقف ساختمان‌ها، پل‌ها و ... دید. تصویر زیر نوعی از یک خرپای پل را نشان می‌دهد.



قوس‌ها هم کاربرد زیادی در مهندسی مدرن دارند و دلیل آن توانایی این اعضا برای پوشش طول‌های بزرگ و جذابیت آن‌ها از نظر زیبایی‌شناسی است. هر چقدر طول بزرگ‌تر باشد، یک طاق نسبت به خرپا صرفه اقتصادی بیشتری خواهد داشت. مصالح اصلی قوس‌های مدرن؛ بتن، فولاد و الوار چوبی هستند. قوس‌ها عمدتاً به سه دسته سه مفصل، دو مفصل و دارای تکیه‌گاه گیردار تقسیم می‌شوند.

قوس‌ها بیشتر بار خود را با ایجاد تنش‌های فشاری در خود طاق تحمل می‌کنند و با توجه به این موضوع از دیرباز با استفاده از مصالح با مقاومت فشاری بالا و مقاومت کششی پایین مانند سنگ ساخته می‌شدند. می‌توان این طاق‌ها را از نظر هندسی با طرح‌های متفاوتی ساخت؛ نیم‌دایره‌ای، بیضوی و یا حتی خطی که در آن اعضای تشکیل‌دهنده طاق کاملاً مستقیم هستند. تصویر زیر پل قوسی فولادی نیو ریور گرج، در غرب ایالت ویرجینیای ایالات‌متحده آمریکا را نشان می‌دهد.

بااین‌وجود هنگامی‌که فضای نسبتاً بزرگ بدون ستون‌های داخلی مدنظر باشد، شبکه‌ای از تیرهای مسلح تعاملی اصلی و فرعی را می‌توان به‌عنوان گزینه جایگزین برای سایر راه‌حل‌های عنوان‌شده استفاده کرد. کمی دقت در این مورد نشان می‌دهد که در چنین مواردی ممکن است هزینه این روش ساخت از هزینه ساخت قوس و خرپا کم‌تر باشد؛ به‌خصوص دریک کشور در حال توسعه مانند نیجریه، زیرا پیمانکار نیاز به هیچ تخصص خاصی ندارد و همچنین از روش‌های معمول در ساخت آن استفاده می‌شود.

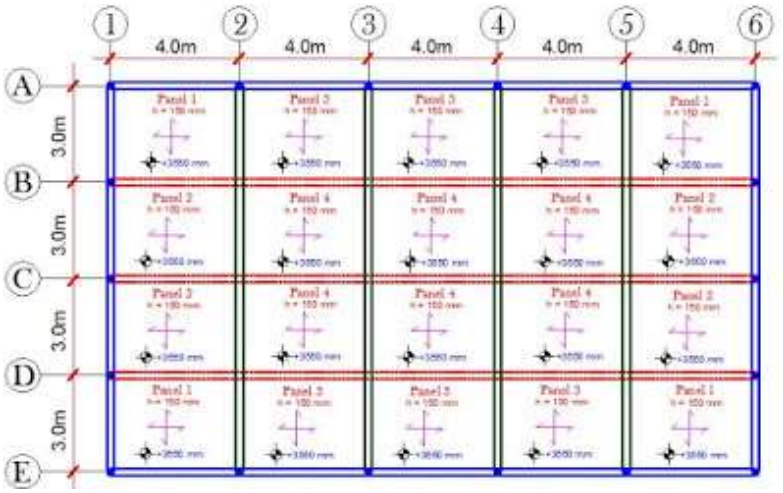


۲- تیرهای اصلی و فرعی

به عبارت ساده شبکه‌ی تیرهای اصلی و فرعی از اتکای یک تیر (که آن را با نام تیر فرعی می‌شناسیم) روی یک تیر دیگر (که آن را با نام تیر اصلی می‌شناسیم) به دست می‌آید. موقعیت این اتکا می‌تواند در انتها یا وسط این تیر فرعی باشد. معمولاً تیر ثانویه کم‌عمق‌تر از تیر اصلی خواهد بود (اما گاهی ممکن است این‌گونه نباشد).

انتخاب محور تیر اصلی اغلب به طول بستگی دارد. تیری که طول کمتری دارد ترجیحاً تیر اصلی است زیرا کنترل مقاومت و تغییر شکل آن راحت‌تر است. معمولاً تحلیل این مجموعه با تحلیل و بارگذاری تیرهای فرعی شروع شده و سپس عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی به‌عنوان بارهای متمرکز روی تیرهای اصلی قرار داده می‌شود.

یک تیر اصلی معمولاً روی یک ستون قرار می‌گیرد. در مثال زیر سالنی به ابعاد *12m x 20m* طراحی و تحلیل شده است. در مثال زیر قصد داریم تا فقط تیر داخلی را تحلیل کنیم. فرض خواهیم کرد که همه‌ی دهانه‌ها در حالت حد نهایی کاملاً بارگذاری شده‌اند. در این شکل تیرهای فرعی به رنگ قرمز (خطوط نقطه‌چین) و تیرهای اصلی با رنگ سبز نشان داده‌شده‌اند. ابتدا و انتهای همه‌ی تیرها روی ستون‌ها قرار گرفته‌اند. هیچ‌گونه ستون داخلی وجود ندارد و فرض می‌کنیم که تیرهای داخلی، بارهای دیوارها را حمل نمی‌کنند.



در طرح کلی بالا سعی می‌کنیم که بعضی از تیرهای اصلی و فرعی را طراحی کنیم.

داده‌های طراحی:

ضخامت دال = *150 mm*

تیرهای فرعی = *450mm x 230mm*

تیرهای اصلی =*900 mm x 400mm*

چگالی بتن= $25\ KN/m^3$

مقاومت فشاری طراحی بتن = $35\ N/mm^2$

مقاومت تسلیم آرماتورها= $460\ N/mm^2$

کاور بتنی روی دال = *25mm*

کاور بتنی روی تیرها= *30mm*

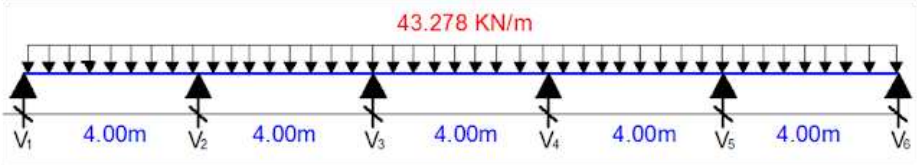
ترکیب بار *ULS* =*1.35Gk + 1.5Qk*

ترکیب بار *SLS* =*1.0Gk + 1.0Qk*

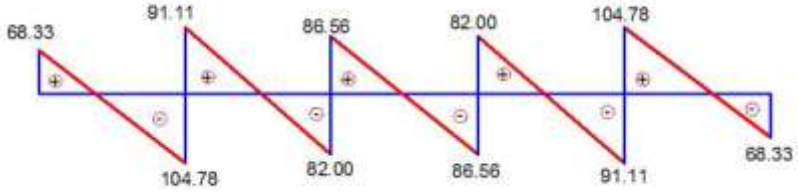
بار اعمال شده = $5\ KN/m^2$ *(NA to BS EN 1991-1-1:2002)*

رده بندی ساختمان = دسته‌ی *C4*

۳. طراحی سازه‌ای تیرهای فرعی:



BENDING MOMENT DIAGRAM (KN.m)



SHEAR FORCE DIAGRAM (KN)

طراحی تیرهای خمشی دهانه‌های ۱-۲ و ۵-۶:

$$M_{Ed} = 53.95\ KNm$$

عمق مؤثر $(d) = h - C_{nom} - \phi/2 - \phi links$

آرماتورهای $\phi 16\ mm$ به‌عنوان آرماتورهای اصلی و آرماتورهای $\phi 8\ mm$ برای خاموت‌ها استفاده می‌شوند.

$$d = 450 - 30 - 8 - 8 = 404\ mm$$

عرض بال مؤثر تیرها (تیرهای T)

$$b_{eff} = bw + b'$$

که در آن

$b' = 0.2(aw + lo) \le 0.4lo \le 1.0aw$ (برای تیرهای T)

b_w = عرض جان

a_w = فاصله میان جان تیرهای مجاور = $3000 - 230 = 2770\ mm$

l_o = فاصله بین نقاط ممان صفر = $0.85L = 0.85 \times 4000 = 3400mm$

بنابراین در این مورد؛

$$b' = 0.2(2770 + 3400) = 1234\ mm \le 0.4l_o$$

بنابراین؛

$$b_{eff} = 230 + 1234 = 1464\ mm$$

$$k = M_{Ed}/(f_{ck}b_{eff}d^2) = (53.95 \times 10^6)/(35 \times 1464 \times 404^2) = 0.00645$$

ازآنجایی که $k < 0.167$ نیازی به آرماتور فشاری نداریم.

$$z = d[0.5+ \sqrt{(0.25 - 0.882K)}] = z = d[0.5+ \sqrt{(0.25 - 0.882(0.00645))}] = 0.95d$$
$$A_{s1} = M_{Ed}/(0.87f_{yk}\ z) = (53.95 \times 10^6)/(0.87 \times 460 \times 0.95 \times 404) = 351.244\ mm^2$$

باید از ۲ آرماتور ۱۶ در پایین مقطع استفاده شود $(AS_{prov} = 402\ mm^2)$

برای محاسبه حداقل مساحت فولاد موردنیاز به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$f_{ctm} = 0.3 \times f_{ck}^{(2/3)} = 0.3 \times 35^{(2/3)} = 3.20996\ N/mm^2$$

$$AS_{min} = 0.26 \times f_{ctm}/F_{yk} \times b \times d = 0.26 \times (3.20996/460) \times 230 \times 404 = 168.587\ mm^2$$

درستی این عبارت را بررسی می‌کنیم:

$$AS_{min} < 0.0013 \times b \times d \ (120.796\ mm^2)$$

ازآنجایی‌که $A_{Smin} = 168.587\ mm^2$ آرماتور تقویتی به‌کاررفته مناسب است.

کنترل تغییر شکل رضایت‌بخش بوده است.

طراحی خمشی تکیه‌گاه ۲

$$M_{Ed} = 72.89\ KNm$$
$$k = M_{Ed}/(f_{ck} b_w d^2) = (72.89 \times 10^6)/(35 \times 230 \times 404^2) = 0.055$$

ازآنجایی که $k < 0.167$ نیازی به آرماتور فشاری نیست.

$$z = d[0.5+ \sqrt{(0.25 - 0.882K)}] = z = d[0.5+ \sqrt{(0.25 - 0.882(0.055))}] = 0.949d$$
$$A_{s1} = M_{Ed}/(0.87 f_{yk}\ z) = (72.89 \times 10^6)/(0.87 \times 460 \times 0.949 \times 404) = 475\ mm^2$$

از سه آرماتور ۱۶ در بالای مقطع استفاده می‌شود $(A_{Sprov} = 603\ mm^2)$

طراحی برشی تکیه‌گاه ۱

نیروی برشی نهایی: $V_{Ed} = 68.33\ KN$

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c}.k.(100\rho_1 f_{ck})^{(1/3)} + k_1.\sigma_{cp}]b_w.d \geq (V_{min} + k_1.\sigma_{cp})\ b_w.d$$

که در آن

$$C_{Rd,c} = 0.18/\gamma_c = 0.18/1.5 = 0.12$$
$$k = 1 + \sqrt{(200/d)} = 1 + \sqrt{(200/404)} = 1.704 > 2.0$$

بنابراین،

$$k = 1.702$$

$$V_{min} = 0.035k^{(3/2)} f_{ck}^{(1/2)} = V_{min} = 0.035 \times 1.702^{(3/2)} \times 35^{(1/2)} = 0.4598\ N/mm^2$$
$$\rho_1 = As/bd = 402/(230 \times 404) = 0.004326 < 0.02;\ K_1 = 0.15$$

$\sigma_{cp} = N_{Ed}/Ac < 0.2f_{cd}$ (که در آن N_{Ed}نیروی محوری در مقطع، Ac= مساحت سطح مقطع بتن، f_{cd} مقاومت فشاری طراحی بتن است).

فرض می‌کنیم $N_{Ed} = 0$:

$$V_{Rd,c} = [0.12 \times 1.703(100 \times 0.004326 \times 35)^{(1/3)}]\ 230 \times 404 = 46977.505\ N = 46.977505\ KN$$

ازآنجایی که $V_{Rd,c}\ (46.977505\ KN) < V_{Ed}\ (68.33\ KN)$, نیاز به آرماتور تقویتی برشی داریم.

ظرفیت فشاری قطعات فشاری $(V_{Rd,max})$با فرض $\cot\vartheta = 2.5)\ \vartheta = 21.8°$ برابر است با:

$$V_{Rd,max} = (b_w.z.v_1.f_{cd})/(\cot\vartheta + \tan\vartheta)$$
$$V_1 = 0.6(1 - f_{ck}/250) = 0.6(1 - 35/250) = 0.516$$
$$f_{cd} = ((\alpha_{cc}) f_{ck})/\gamma_c = (1 \times 35)/1.5 = 23.33\ N/mm^2$$

فرض می‌کنیم $z = 0.9d$

$$V_{Rd,max} = [(230 \times 0.9 \times 404 \times 0.516 \times 23.333)/(2.5 + 0.4)] \times 10^{-3} = 347.195\ KN$$

با توجه به این‌که $V_{Rd,c} < V_{Ed} < V_{Rd,max}$ داریم:

$$A_{sw}/S = V_{Ed}/(0.87F_{yk}z\cot\vartheta) = 68330/(0.87 \times 460 \times 0.9 \times 404 \times 2.5) = 0.1878$$

آرماتور برشی حداقل:

$A_{sw}/S = \rho_{w,min} \times b_w \times \sin\alpha$ (آلفا برابر ۹۰ درجه برای آرماتورهای عمودی)

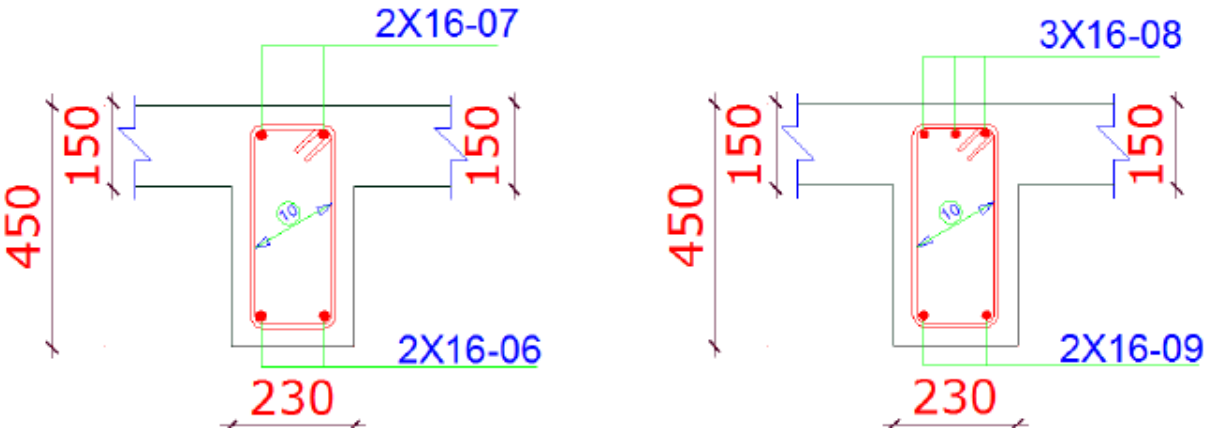
$$\rho_{w,min} = (0.08 \times \sqrt{(F_{ck})})/F_{yk} = (0.08 \times \sqrt{35})/460 = 0.0010289$$
$$A_{sw}/S\ (min) = 0.0010289 \times 230 \times 1 = 0.2366$$

ازآنجایی که $0.16809 < 2366 > 0.2366$ از 0.2366 استفاده می‌کنیم.

حداکثر فاصله‌ی آرماتورهای برشی برابر است با: $0.75d = 0.75 \times 404 = 303mm$.

از آرماتور ۸ به فاصله‌ی هر ۲۷۵ میلی‌متر استفاده شود $(A_{sw}/S = 0.36556)$.

جزئیات مقاطع طراحی‌شده در زیر نشان داده‌شده است:



۴. بارگذاری، تحلیل و طراحی تیرهای اصلی

همان‌گونه که از چیدمان کلی تیرها هم دیده می‌شود، تیرهای اصلی موازی جهت کوچک‌تر دال قرار گرفته‌اند؛ بنابراین بار معادل منتقل شده از دال به تیر را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$p = nL_x/3 = (16.3425 \times 3)/3 = 16.3425\ KN/m$$

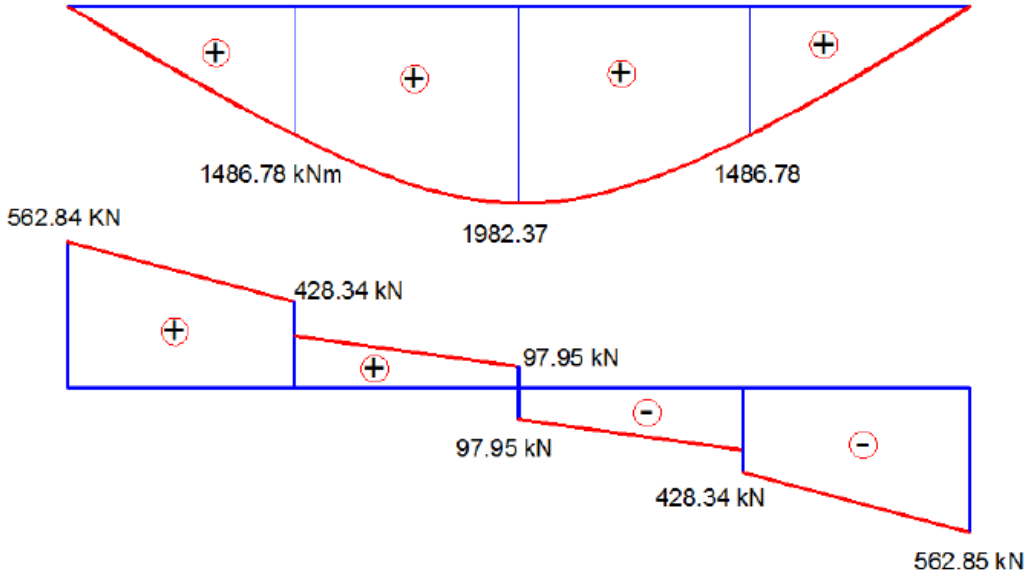
ازآنجایی که تیرها بارها را ازهر دو سمت دریافت می‌کنند می‌توانیم این عدد را در ۲ ضرب کنیم (تا بتوانیم بار دال در دو طرف تیر را در نظر بگیریم) بنابراین:

$$p = 16.3425 \times 2 = 32.685\ KN/m$$

وزن خود $(ULS) = 1.35 \times 0.9m \times 0.4m \times 25\ KN/m^3 = 12.15\ KN/m$ jdv است؛ بنابراین بار کلی که با توزیع یکنواخت بر تیر اصلی وارد می‌شود ۳۲ $32.685 + 12.15 = 44.835\ KN/m$ خواهد بود.

برای تیرهای خط شبکه‌های ۲ و ۵ بار کل منتقل شده از تیرهای فرعی، جمع نیروهای برشی موجود در تکیه‌گاه‌های ۲ و ۵ از تیر فرعی است. این مقدار برابر است با:

$$P = 104.78\ KN + 91.11\ KN = 195.89\ KN$$



طراحی سازه‌ای:

$$M_{Ed} = 1982.37\ KNm$$

طول مؤثر $(d) = h - Cnom - \phi/2 - \phi links$

با فرض $\phi 32\ mm$ به‌عنوان آرماتور اصلی و آرماتورهای $\phi 10mm$ برای خاموت‌ها به مقدار زیر می‌رسیم:

$$d = 900 - 30 - 16 - 10 = 844\ mm$$

عرض مؤثر بال تیرها (تیرهای T):

$$b_{eff} = b_w + b'$$

که در آن $b' = 0.2(a_w + l_o) \le 0.4l_o \le 1.0a_w$(برای تیرهای T) است.

b_w = عرض جان

a_w = فاصله آزاد میان جان‌های تیرهای مجاور = $4000 - 315 = 3685\ mm$

l_o = فاصله‌ی میان نقطه‌های لنگر صفر بر روی تیر (تیری که تکیه‌گاه ساده دارد) = $L = 12000$

بنابراین در این مورد، معادله $b' = 0.2(3685 + 12000) = 3137\ mm \le 0.4l_o$ برقرار است.

پس $b_{eff} = 400 + 3137 = 3537\ mm$

$$k = M_{Ed}/(f_{ck}b_w d^2) = (1982.37 \times 10^6)/(35 \times 3537 \times 844^2) = 0.0224$$

ازآنجایی که $k < 0.167$، نیازی به آرماتور تقویتی فشاری نداریم.

$$z = d[0.5+ \sqrt{(0.25 - 0.882K)}] = z = d[0.5+ \sqrt{(0.25 - 0.882(0.0224))}] = 0.95d$$
$$A_{s1} = M_{Ed}/(0.87f_{yk}\, z) = (1982.37 \times 10^6)/(0.87 \times 460 \times 0.95 \times 844) = 6177.91\ mm^2$$

از ۸ آرماتور با قطر ۳۲ در پایین مقطع استفاده شود$(ASprov = 6432\ mm^2)$.

مساحت حداقل فولاد موردنیاز؛

$$f_{ctm} = 0.3 \times f_{ck}^{(2/3)} = 0.3 \times 35^{(2/3)} = 3.20996\ N/mm^2$$ (جدول 3.1 EC2)

$$AS_{min} = 0.26 \times f_{ctm}/F_{yk} \times b \times d = 0.26 \times 3.20996/460 \times 400 \times 844 = 612.458\ mm^2$$

بررسی کنید که $AS_{min} < 0.0013 \times b \times d\ (438.88\ mm_2)$

ازآنجایی که $AS_{min} = 612.458\ mm^2$، مقدار آرماتور تقویتی کافی است.

طراحی برشی:

تکیه‌گاه A

نیروی برشی نهایی $V_{Ed} = 562.84\ KN$

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c}.k.(100\rho_1 f_{ck})^{(1/3)} + k_1.\sigma_{cp}]b_w.d \ge (V_{min} + k_1.\sigma_{cp})\ b_w.d$$

که در آن

$$C_{Rd,c} = 0.18/\gamma_c = 0.18/1.5 = 0.12$$

$$k = 1+\sqrt{(200/d)} = 1+\sqrt{(200/844)} = 1.486 > 2.0$$

بنابراین

$$k = 1.486\ V_{min} = 0.035k^{(3/2)} f_{ck}^{(1/2)} = V_{min} = 0.035 \times 1.486^{(3/2)} \times 35^{(1/2)} = 0.375\ N/mm_2$$

$$\rho_1 = As/bd = 3216/(400 \times 844) = 0.009526 < 0.02$$

(با فرض اینکه ۴ آرماتور ۳۲ در محل تکیه‌گاه کاملاً مهار شده‌اند. این فرض در جهت ایمن‌تر شدن طراحی برشی است)

$$\sigma_{cp} = 0$$

$$V_{Rd,c} = [0.12 \times 1.486\ (100 \times 0.009526 \times 35)^{(1/3)}]\ 400 \times 844 = 193759.0667\ N = 193.759\ KN$$

ازآنجایی که $V_{Rd,c}\ (193.759\ KN) < V_{Ed}\ (562.84\ KN)$، آرماتور تقویت برشی موردنیاز است.

ظرفیت فشاری مقطع فشاری $(V_{Rd,max})$ با فرض $\vartheta = 21.8°\ (\cot\vartheta = 2.5)$ برابر است با:

$$V_{Rd,max} = (b_w.z.v_1.f_{cd})/(\cot\vartheta + \tan\vartheta)$$
$$V_1 = 0.6(1 - f_{ck}/250) = 0.6(1 - 35/250) = 0.516$$
$$f_{cd} = (\alpha_{cc})\ f_{ck})/\gamma_c = (1 \times 35)/1.5 = 23.33\ N/mm^2$$

اگر فرض کنیم $z = 0.9d$:

$$V_{Rd,max} = [(400 \times 0.9 \times 844 \times 0.516 \times 19.8333)/(2.5 + 0.4)] \times 10^{-3} = 1072.239\ KN$$

با توجه به اینکه $V_{Rd,c} < V_{Ed} < V_{Rd,max}$ است، بنابراین:

$$A_{sw}/S = V_{Ed}/(0.87F_{yk}z\cot\vartheta) = = 562840/(0.87 \times 460 \times 0.9 \times 844 \times 2.5) = 0.7405$$

حداقل آرماتور برشی:

(آلفا برابر ۹۰ درجه برای خاموت‌های عمودی) $A_{sw}/S = \rho_{w,min} \times b_w \times \sin\alpha$

$$\rho_{w,min} = (0.08 \times \sqrt{(F_{ck})})/F_{yk} = (0.08 \times \sqrt{35})/460 = 0.0010289$$
$$A_{sw}/S\ (min) = 0.0010289 \times 400 \times 1 = 0.41156$$

با توجه به اینکه $0.7405 > 0.41156$است، 0.7405 را در نظر می‌گیریم:

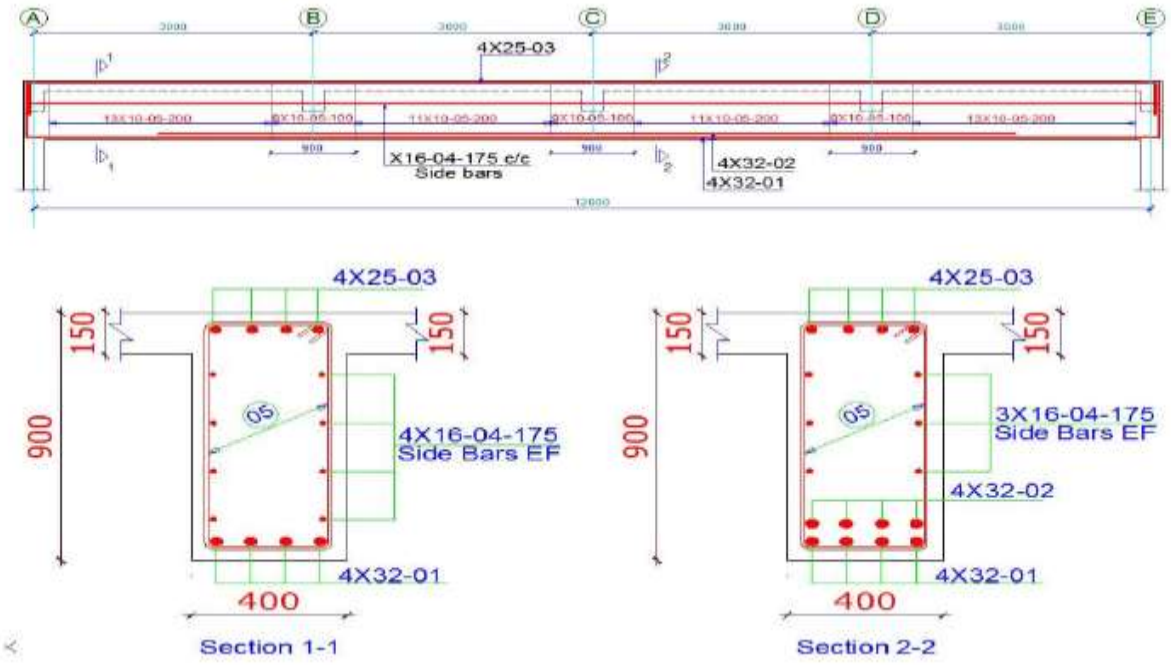
حداکثر فاصله‌ی آرماتورهای برشی $0.75d = 0.75 \times 844 = 633mm$

از دو آرماتور ۱۰ به فاصله‌ی هر ۲۰۰ میلی‌متر استفاده می‌کنیم $A_{sw}/S = 0.785$

جزئیات آرماتورها در تیرهای اصلی:

بر اساس بند ۹،۲،۵ از *EC2*، هرگاه یک تیر به‌جای ستون یا دیوار روی یک تیر دیگر اتکا داشته باشد (اندرکنش تیر فرعی و اصلی)، آرماتورهای آن باید به‌گونه‌ای طراحی و اجرا شوند که اندرکنش متقابل را تحمل کنند. آرماتورهای کمکی بین دو تیر باید شامل آرماتورهای اتصال‌دهنده‌ای باشد که دور آرماتورهای اصلی عضو تکیه‌گاهی باشند. بعضی از این آرماتورهای اتصال‌دهنده ممکن است خارج از حجم بتن توزیع‌شده باشند که برای دو تیر متداول است.

در این مورد آرماتورهای اتصال‌دهنده اضافه‌تری به قطر ۱۰ میلی‌متر در هر ۱۰۰ میلی‌متر و در طول ۹۰۰ میلی‌متری تیر اصلی و در محدوده اندرکنش (شکل‌های زیر را مشاهده کنید) توزیع‌شده است.



مترجم: پوریا نخعی

منبع:

http://www.structville.com/2016/12/analysis-and-design-of-network-of.html