

## علت وقوع کمانش در ستون‌ها

## کمانش ستون

یک قطعه چوب نازک را در دستان خود بگیرید. حال سعی کنید که نیرویی را با دستان خود به آن اعمال کنید. چه اتفاقی رخ می‌دهد؟ این قطعه چوب مطابق شکل زیر دچار خمش می‌شود.

وضعیت این قطعه چوب در تصویر بالا نشان دهنده یکی از اساسی‌ترین شاخصه‌های یک ستون در مهندسی سازه تحت عنوان کمانش یک ستون است. حال پرسش آن است که چرا این قطعه دچار کمانش شده است؟ چه عاملی موجب شد تا این قطعه چوب به جای آن که بار را به طور مستقیم به زمین منتقل کند، دچار خمش شود؟ ما در این قسمت به بررسی این موضوع می‌پردازیم.

بر اساس تعریف استاندارد، کمانش در یک سازه ناشی از اعمال بارگذاری اضافی است. در سال ۱۷۵۷، یک ریاضی‌دان به نام لئونارد اویلر رابطه‌ای را جهت محاسبه حداکثر بار تحمل شده توسط ستون لاغر به دست آورد؛ اما منظور از لاغر چیست؟ هنگامی که ابعاد طولی عضو به مراتب بزرگ‌تر از مقطع عرضی یک عضو باشند، این عضو یک عضو لاغر نامیده می‌شود و البته همیشه به یاد داشته باشید که کلمه لاغر تنها هنگام بیان فشار در ستون و نه وجود کشش در ستون به کار می‌رود.

$$\lambda = \frac{L_{eff}}{\sqrt{\frac{I_{yy}}{A}}}$$

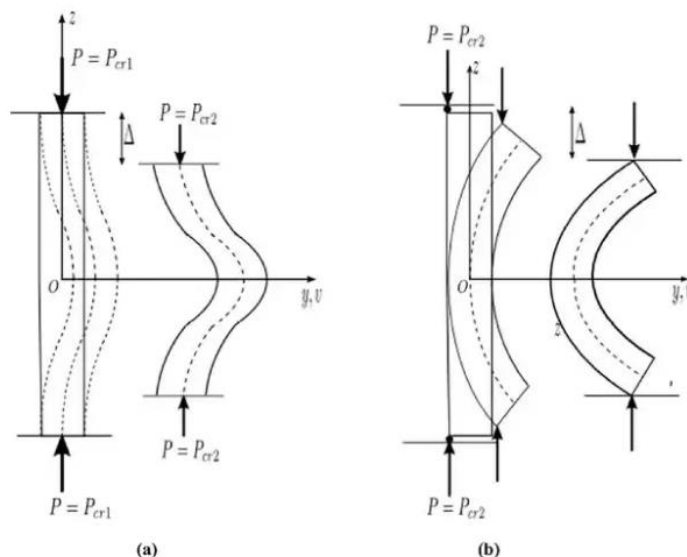
که  $L_{eff}$  نشان دهنده طول مؤثر ستون است که بستگی به شرایط انتهایی تکیه گاه ستون دارد.

$$I_{yy} = \text{ممان اینرسی حول محور } yy$$

$$A = \text{سطح مقطع عرضی}$$

معادله فوق نشان دهنده نسبت لاغری است. حدود لاغری یک ستون با توجه به جنس آن متغیر است. به طور مثال یک ستون فولادی در صورتی کوتاه خواهد بود که نسبت لاغری آن کمتر از ۵۰ باشد، در حالی که اگر نسبت لاغری بین ۵۰ و ۲۰۰ باشد، این ستون یک ستون متوسط بوده و در صورتی که این نسبت بیشتر از ۲۰۰ باشد، این ستون یک ستون بلند خواهد بود. ستون‌های بلند به شدت در معرض ارتجاعی شدن قرار دارند.

در این مقاله، ما به بررسی ستون‌های فولادی می‌پردازیم. چرا؟ چون مقاومت فولاد بسیار بالا بوده و همین موضوع منجر به سطح مقطع کوچک‌تر یک عضو جهت مقاومت در برابر یک نیروی مشخص در مقایسه با بتن می‌گردد؛ بنابراین مسئله کمانش به طور معمول در ستون‌های فولادی رخ می‌دهد.



تصویر فوق نشان دهنده کمانش یک ستون با تکیه گاه ساده است. بار  $P$  بر روی ستون اعمال شده و از حالت مستقیم خود به سمت حالت کمانش یافته حرکت می‌کند. چرا این ستون تغییر شکل می‌دهد؟ تا کنون آموختیم که نیروهای محوری به طور مستقیم نیرو را بدون ایجاد هیچ گونه ناپایداری منتقل می‌کنند. این پاسخ پرسش است.

هر سیستم دارای مراحل تعادل مختلفی بوده و یک سیستم تحت کمترین بار ممکن دچار تغییر شکل خواهد شد. سیستم نشان داده شده در شکل فوق را در نظر بگیرید. ما در این قسمت فرض می‌کنیم که تغییر مکان‌ها در این سیستم بسیار کوچک می‌باشند، یعنی ستون دچار کمانش محدودی شده است. حال در صورتی که تعادل شکل کمانش یافته ستون را در نظر بگیرید، در خواهید یافت که بار مورد نیاز جهت کمانش ستون کمتر از باری است که به شکل واقعی توسط کل سطح مقطع عرضی تحمل می‌شود.

$$M = EIK$$

لنگر مساوی با سختی عضو ضربدر مدول الاستیسیته در انحنا می‌باشد. انحنا به صورت زیر به دست می‌آید

$$K = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}$$

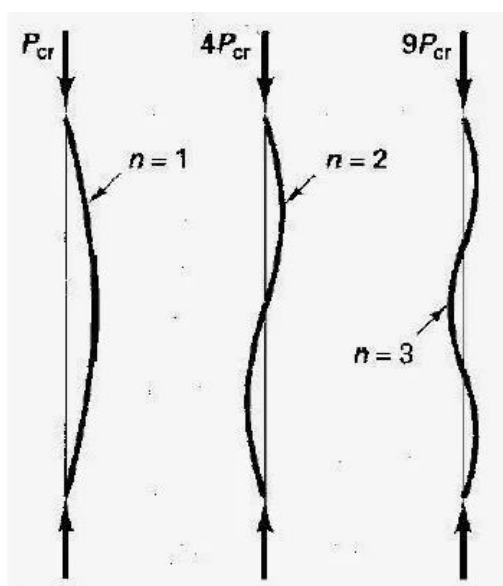
لنگر مساوی با، بار اعمال شده ضربدر تغییر مکان در مرکز ستون ناشی از کمانش است که به عنوان لنگر اعمالی در نظر گرفته می‌شود:

$$M = P * y(x)$$

بنابراین، هنگامی که شما لنگرهای اعمالی و واکنشی را که به صورت کار انجام شده توسط بار و انرژی کرنشی ذخیره شده در عضو بوده مساوی هم قرار داده و آن را حل می‌کنید، می‌توانید رابطه اویلر که به صورت زیر نوشته می‌شود را به دست آورید:

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2}$$

در این رابطه  $n$  نشان دهنده شکل مود ستون است. شکل مود، شکل سازه تغییر شکل یافته است. همچنین می‌توان دریافت که حداقل مقدار  $P$  هنگامی به دست می‌آید که  $n=1$ . این حالت متناظر با نمونه نشان داده شده در شکل بالا است. تصویر شکل مود در تصویر زیر نشان داده شده است.



حال می‌توان این موضوع را بیان کرد که باید ستون در مقابل بار متناظر با مقدار  $n=2$  نیز مقاومت کند؛ اما پاسخ این موضوع آن است که پیش از مقدار  $P$  در  $n=2$ ، سیستم به مقدار  $P$  در  $n=1$  دست یافته است. این موضوع بدان معناست که سیستم در مقدار کمتر  $P$  دچار ناپایداری می‌شود. از سویی ما مهندسی نیز همواره در پی یافتن کمترین مقدار ممکن مورد نیاز جهت تغییر شکل سیستم می‌باشیم.

حال مفهوم دیگری از کمانش ستون را مورد بررسی قرار می‌دهیم. یک خط کش را بردارید و آن را از دو طرف فشار دهید. این کار را ۴ تا ۳ بار انجام دهید. هیچ اتفاقی رخ نمی‌دهد. بله، خط کش همواره در مسیر عمود بر وجه بلندتر کمانش می‌یابد. در رابطه اویلر، مقدار ممان اینرسی دارای کمترین مقدار است؛ یعنی مقدار کمتر دو ممان اینرسی برای هر مقطع عرضی در نظر گرفته می‌شود. در صورتی که شما یک مقطع مستطیلی داشته باشید، ستون همواره در جهت عمود بر وجه اصلی کمانش خواهد یافت، زیرا ممان اینرسی همواره در آن جهت کمتر خواهد بود؛ اما در صورتی که شما یک ستون دایره‌ای داشته باشید، در این صورت امکان وقوع کمانش در هر دو جهت یکسان خواهد بود. در این حالت ستون در هر دو جهت امکان کمانش خواهد داشت. این موضوع موجب ایجاد ظرفیت بار نسبتاً بالاتر در یک ستون دایره‌ای خواهد شد.

حالت فوق برای ستون دو سر مفصل مورد بررسی قرار گرفت، اما در مورد ستون‌های دیگر با تکیه گاه‌های گیردار، مفصلی-گیردار و ستون‌های طره‌ای چه طور؟ ما تا اینجا به بررسی مفهوم کمانش ستون پرداخته‌ایم. حال نتایج حالت‌های دیگر را مطابق شکل زیر ارائه می‌کنیم.

<p>شکل کمانش یافته ستون با خط چین نشان داده شده است.</p>	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
مقدار تثویک K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
مقدار توصیه شده طرح هنگامی که شرایط ایده آل در نظر گرفته می‌شوند.	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
وضعیت انتهایی ستون						
		<p>مقید در برابر دوران، جلیجالی آزاد                      دوران آزاد، مقید در برابر جلیجالی                      مقید در برابر دوران و جلیجالی آزاد                      دوران آزاد و جلیجالی آزاد</p>				

در کلیه موارد، شرایط تکیه گاهی انتهایی به نحوی در نظر گرفته شده‌اند که امکان حرکت محوری در یک یا دو انتهای ستون وجود دارد.

تصویر فوق نشان دهنده بار کمانش در حالت‌های مختلف است، اما منظور از طول مؤثر چیست. در موارد ساده، طول مؤثر نشان دهنده طول ستون بین نقاط با لنگر صفر است. در حالت ۱، یک تکیه گاه مفصلی وجود دارد، بنابراین فاصله بین نقطه لنگر صفر، قطعاً  $L$  خواهد بود. در حالت ۲، ستون به صورت دو سرگیردار است، بنابراین نقطه لنگر صفر در فاصله  $L/2$  خواهد بود، یعنی نقطه‌ای که انحنای ستون در آن تغییر خواهد کرد. شما باید به جای  $L$  در رابطه اوپلر، مقدار طول مؤثر را قرار داده و مقدار جدید را محاسبه کنید. من توصیه می‌کنم که همه این محاسبه را انجام دهند.

در این حالت یک حفره حلقه‌ای وجود دارد. رابطه اوپلر نشان می‌دهد که ستون هنگامی دچار شکست خواهد شد که بار به مقدار بحرانی برسد، اما هنگامی که شخصی مثل چارلی چاپلین بر روی قطعه چوب ایستاد، این قطعه چوب دچار کمانش شد اما نشکست. چرا این اتفاق رخ داد؟ این موضوع چندان عجیب نیست. ما فرض کردیم که تغییر شکل‌ها کوچک بوده و از مخرج معادله انحنای ستون صرف نظر کردیم. این موضوع نشان می‌دهد که ما ممکن است با نتیجه‌ای مواجه شویم که بار کمانشی و نه پروفیل ستون کمانش یافته را نشان می‌دهد؛ بنابراین نمی‌توان در مورد مقاومت کردن ستون اظهار نظر کرد. حال ممکن است شما در مورد پاسخ ابهام مطرح شده در مورد ایستادن چارلی چاپلین فکر کنید.

پاسخ، استفاده از تئوری الاستیسته است. در این حالت ما معادلات دیفرانسیل مرتبه بالاتری را در نظر می‌گیریم. بدین ترتیب می‌توان پروفیل ستون کمانش یافته را در یک بار مشخص یافت. این تئوری الاستیسته موجب می‌شود تا ما بتوانیم پاسخ پایداری قطعه کمانش یافته چارلی چاپلین را بیابیم. هنگامی که ما از تئوری الاستیسته استفاده می‌کنیم، می‌توان دریافت که ستون همچنان ۱۵ تا ۲۰ درصد بار بیشتری را تحمل می‌کند که این موضوع نشان می‌دهد که ستون کمانش یافته تنها به باری معادل با 1.2P جهت شکست کامل نیاز دارد. این، پاسخ پرسش امروز ما است.

مترجم: امیر رضا بخشی

منبع:

<http://unsolvedengineering.co.in/buckling-in-columns-why-it-occurs-in-columns/>