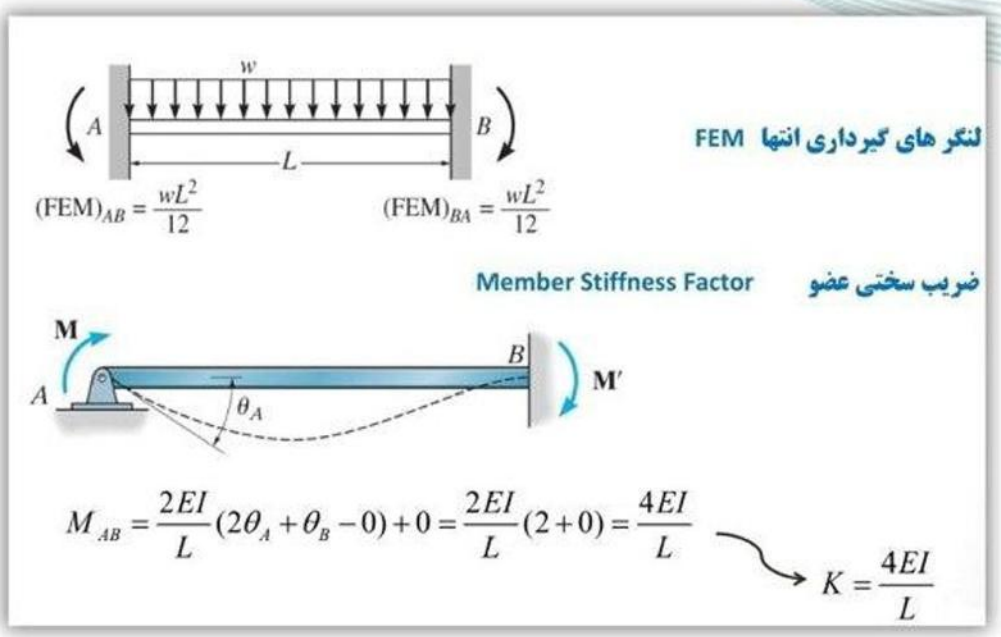
حل تشریحی سوالات تحلیل سازه و مقاومت مصالح
کارشناسی ارشد ۹۸



نویسنده: تیام شیرزادی

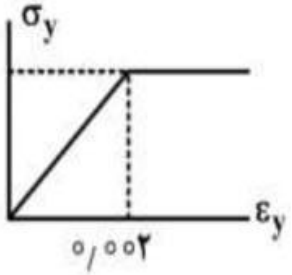
- [x] سازه
- [ ] معماری
- [ ] آب
- [ ] خاک
- [ ] راه

ناشر:
www.civil808.com

Engineers' Social Network
شبکه اجتماعی مهندسین

زمستان ۱۳۹۸

۴۶- تیری به طول ۴ متر، با مقطع مستطیلی به ارتفاع ۲۰cm و عرض ۵cm مورد نظر است. لنگر وارده به تیر، متوسط لنگرپلاستیک کامل و لنگر تسلیم مقطع است. اگر مقدار تنش تسلیم ۲۴۰MPa و نمودار تنش کرنش به‌صورت زیر باشد، شعاع انحنای تیر در این حالت چند متر است؟ (E = ۲۰۰GPa)



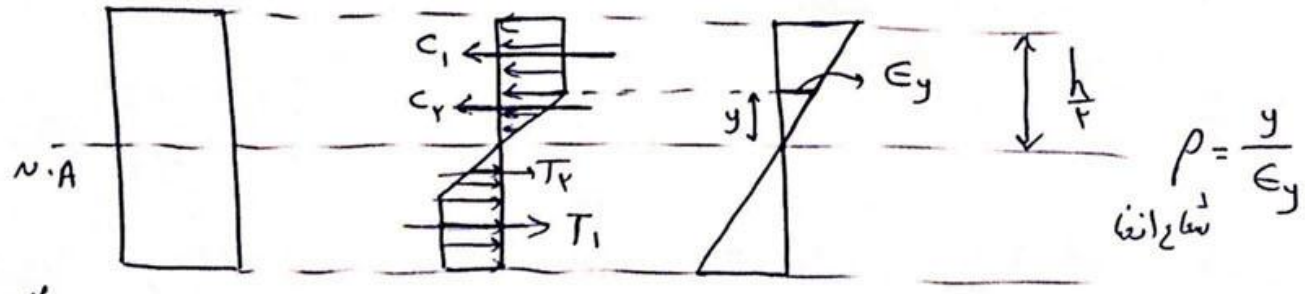
۱) ۱۲/۵

۲) ۲۵

۳) ۵۰

۴) ۱۰۰

در مقطع مستطیلی : $M_p = 1.5 M_y$



$$(\text{لنگر وارده}) M = \frac{M_p + M_y}{2} = \frac{1.5 M_y + M_y}{2} = \frac{5}{4} M_y = \frac{5}{4}\left(\frac{bh^2}{6}\right)\sigma_y$$

$$(\text{لنگر تسلیم}) M = 2C_1\left[y + \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - y\right)\right] + 2C_2\left[\frac{2}{3}y\right] =$$

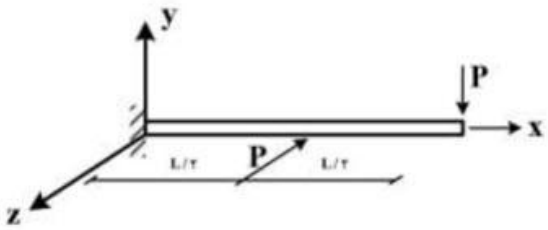
$$2\left[b\sigma_y \times \left(\frac{h}{2} - y\right) \times \left(\frac{h}{4} + \frac{y}{2}\right)\right] + 2\left[\frac{1}{2} \times \sigma_y \times b \times y\right]\frac{2}{3}y = \frac{5}{24} bh^2 \sigma_y$$

$$\Rightarrow b\sigma_y\left[\frac{h^2}{4} - y^2 + \frac{2}{3}y^2\right] = \frac{5}{24} bh^2 \sigma_y$$

$$\Rightarrow \frac{h^2}{4} - \frac{y^2}{3} = \frac{5}{24} h^2 \longrightarrow y = \frac{h}{\sqrt{8}}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{h/\sqrt{8}}{\epsilon_y} = \frac{h}{\sqrt{8}\times\epsilon_y} = \frac{0.2}{2\sqrt{2}\times 0.002} = \frac{50}{\sqrt{2}}\ (m)$$

۴۷- اگر سطح مقطع تیر طره با مقطع مستطیلی نمایش داده شده برابر A، ارتفاع مقطع برابر b و عرض آن برابر با a باشد، مقادیر b و a چقدر باشند تا حداکثر تنش ناشی از خمش در دو جهت یکسان گردد؟ (تکیه‌گاه گیردار در سمت چپ است)



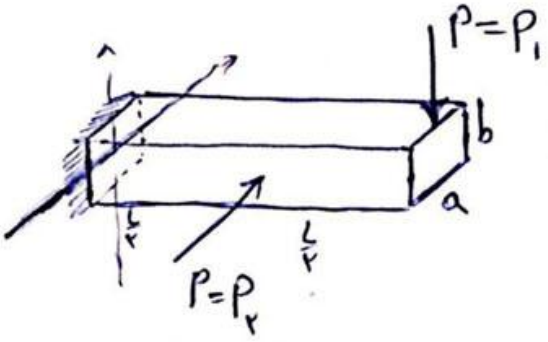
۱) $a=\sqrt{A}\ ,\ b=\sqrt{A}$

۲) $a=۲\sqrt{A}\ ,\ b=\sqrt{\frac{A}{۲}}$

۳) $a=\sqrt{۲A}\ ,\ b=\sqrt{\frac{A}{۲}}$

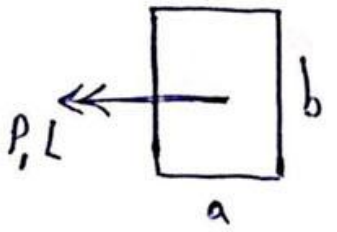
۴) $a=\sqrt{\frac{A}{۲}}\ ,\ b=\sqrt{۲A}$

حل: گزینه‌ی ۴ صحیح است.

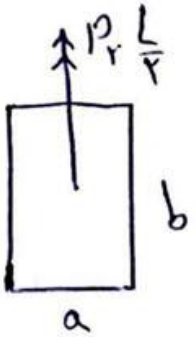


فرض می‌کنیم تیرها همزمان وارد نشده اند و اثر هرکدام را جداگانه بررسی می‌کنیم

بیشترین لنگر به تکیه‌گاه می‌رسد:



(ناشی از بار P_1)



(ناشی از بار P_2)

$$\Rightarrow \sigma_{max_1}=\sigma_{max_2} \Rightarrow \frac{M_1}{S_1}=\frac{M_2}{S_2} \Rightarrow \frac{P_1 L}{a b^2/6}=\frac{P_2 \frac{L}{2}}{\frac{a^2 b}{6}}$$

$$\Rightarrow \boxed{b=2a} \xrightarrow{A=\text{Col}_m=ab} \begin{cases} a=\sqrt{\frac{A}{2}} \\ b=\sqrt{2A} \end{cases}$$

۴۸- یک مقطع مرکب مستطیل شکل به عرض ۱۵cm و عمق (ارتفاع) برابر ۳۰cm از دو ماده مختلف است به صورتی‌که ماده اول با مدول ارتجاعی E_1 دارای عمق ۱۰cm در بخش بالایی مقطع و ماده دوم با مدول ارتجاعی E_2 به عمق ۲۰cm در بخش پایینی مقطع قرار دارند. نسبت E_1 به E_2 در یک بارگذاری معین چقدر باشد تا در تراز فصل مشترک دو ماده، $\sigma_2 = \sigma_1$ شود؟

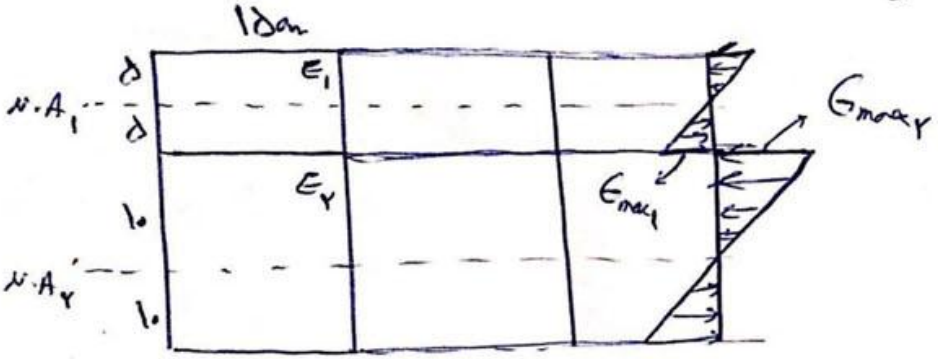
۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۲

۴) ۴

با فرض اینکه بین ۲ قطعه چسبندگی وجود نداشته باشد:



فرض $(E_1 = nE_2)$

$$\text{فرض}: \sigma_{max_1} = \sigma_{max_2} \Rightarrow \frac{M_1 \times C_1}{I_1} = \frac{M_2 \times C_2}{I_2}$$

$$\Rightarrow \text{سهم لنگرها}: \begin{cases} M_1 = \frac{EI_1}{EI_1 + EI_2} \times M = \frac{nI_1}{nI_1 + I_2} = \frac{n(\frac{15 \times 10^3}{12})}{n(\frac{15 \times 10^3}{12}) + \frac{15 \times 20^3}{12}} = \frac{n}{n+8} M \\ M_2 = \frac{EI_2}{EI_2 + EI_1} \times M = \frac{8}{n+8} M \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sigma_{max_1} = \sigma_{max_2} \Rightarrow \frac{(\frac{n}{n+8} M) \times 5}{\frac{15 \times 10^3}{12}} = \frac{(\frac{8}{n+8} M) 10}{\frac{15 \times 20^3}{12}}$$

$$\Rightarrow 5n = \frac{8 \times 10}{8} \Rightarrow n = 2$$

Scanned with

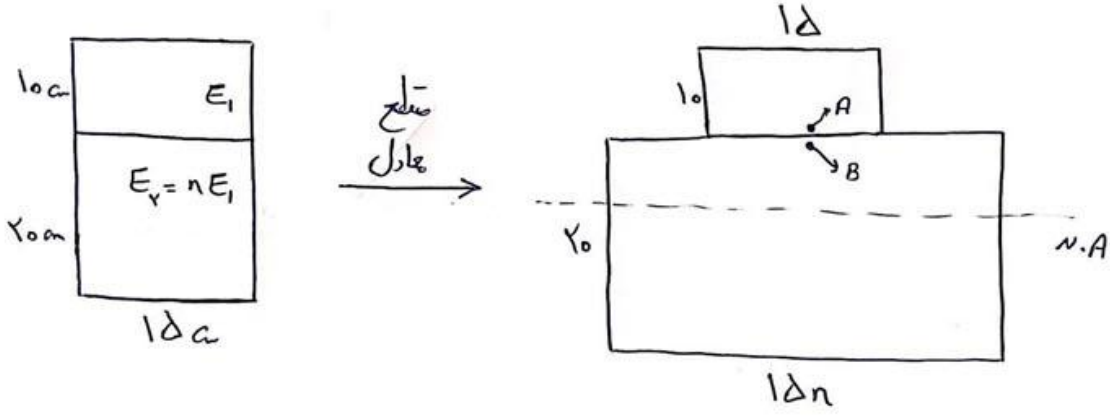
۴۹- با توجه به اطلاعات سوال ۴۸، نسبت E_1 به E_2 چقدر باشد تا در تراز فصل مشترک دو ماده $\tau_2 = \tau_1$ شود؟

۱) در فصل مشترک دو ماده، تنش‌های برشی همیشه برابرند و مستقل از E_1 و E_2 هستند.

۲) در مقاطع مرکب، تنش‌های برشی وابسته به مدول برشی بوده و مستقل از E_1 و E_2 هستند.

۳) در فصل مشترک دو ماده، تنش‌های برشی به شرطی برابر می‌شوند که $E_1 = E_2$ باشد.

۴) در مقاطع مرکب، تحت هیچ شرایطی امکان تساوی تنش‌های برشی وجود ندارد.



تنش برشی در A : $\tau_A = \dfrac{V \times Q_A}{I_{\text{معادل}} \times 15}$

تنش برشی در B : $\tau_B = \dfrac{V \times Q_B}{I_{\text{معادل}} \times 15n} \times n$

با توجه برابر بودن Q_B و Q_A $\Rightarrow \boxed{\tau_A = \tau_B}$

پس در مرز مشترک دو مصالح تنش برشی همواره برابر بوده و مستقل از E_1 و E_2 است.

دقت شود که چون عرض ابتدایی در ماده برابر بوده در مرز مشترک نیز تنش‌های برشی برابر شده که اگر عرض اولیه برابر نبود تنش‌ها برابر نمی‌شد.

۵۰- از یک ورق نازک در حالت اول یک قوطی با مقطع مربع و در حالت دوم یک استوانه با مقطع دایره ساخته می‌شود. نسبت ظرفیت خمشی قوطی (خمش موازی ضلع آن است) به استوانه کدام است؟

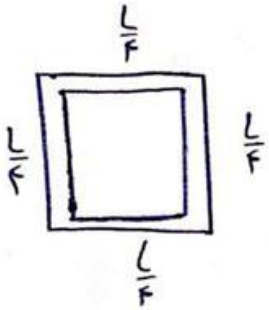
۱) $\frac{\pi}{۴}$

۲) $\frac{\pi}{۲}$

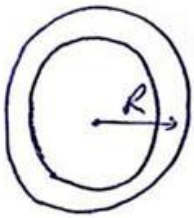
۳) $\frac{\pi}{۳}$

۴) $\frac{۲\pi}{۳}$

حالت اوّل :



حالت دوّم :



$$۲\pi R = L \Rightarrow R = \frac{L}{۲\pi}$$

$$M_{max} \le \sigma_\omega \longrightarrow \frac{Mc}{I} \le \sigma_\omega \Rightarrow M \le \underbrace{\frac{\sigma_\omega \cdot I}{c}}_{\text{ظرفیت خمشی}}$$

$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{\sigma_\omega \cdot I}{c}\right)_{\square}}{\left(\frac{\sigma_\omega \cdot I}{c}\right)_{\bigcirc}} = \frac{I_{\square}}{I_{\bigcirc}} \times \frac{\overbrace{c_{\bigcirc}}^{R}}{c_{\square}} = \frac{۲(\frac{L}{۴})^۴ t}{\pi(\frac{L}{۲\pi})^۴ t} \times \frac{\overbrace{(\frac{L}{۲\pi})}^{R}}{\frac{L}{۸}}$$

$$= \frac{۲ \times ۸\pi^۲}{۳ \times ۴ \times ۴ \times ۴} \times \frac{۸}{۲\pi} = \frac{\pi}{۳}$$

۵۱- از دو لوله جدار نازک یکسان که به‌طور طولی به یکدیگر جوش شده‌اند (به‌صورت 8) به عنوان تیر استفاده خواهد شد. نسبت اساس مقطع الاستیک تیر حاصل حول محور مماس مشترک دو دایره به اساس مقطع الاستیک حول محور گذشته از مرکز دو لوله (دایره) چقدر است؟

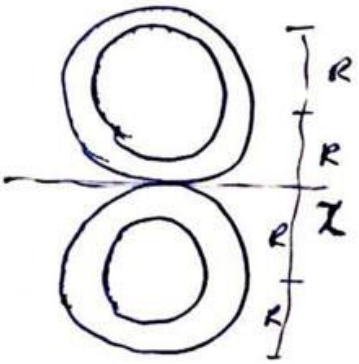
۱) ۱/۲۵

۲) ۱/۵

۳) ۲

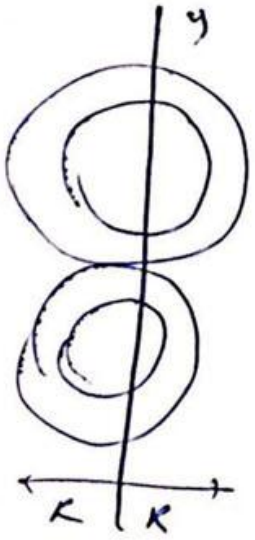
۴) $\frac{\pi}{۲}$

حالت اوّل:



$$\Rightarrow S_x = \frac{۲[\pi R^۳ t + (۲\pi R t)R^۲]}{۲R} = ۳\pi R^۲ t$$

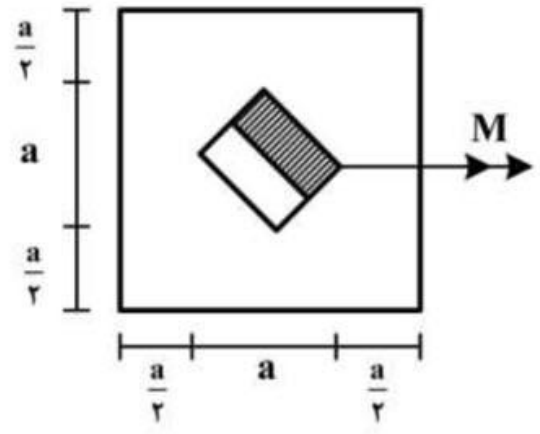
حالت دوّم:



$$\Rightarrow S_y = \frac{۲[\pi R^۳ t]}{R} = ۲\pi R^۲ t$$

$$\Rightarrow \frac{S_x}{S_y} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵$$

۵۲- با توجه به مقطع مطابق شکل، نیروی اعمال شده به قسمت هاشور خورده ناشی از لنگر خمشی M چه ضریبی از $\frac{M}{a}$ است؟



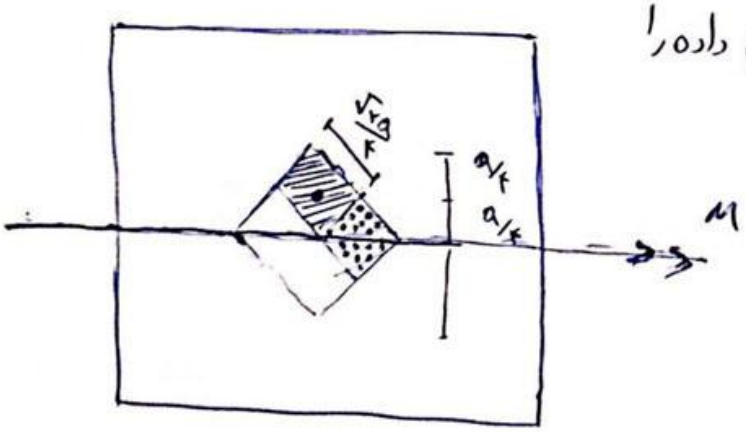
۱) $\frac{۱}{۳۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۳۲}$

۳) $\frac{۳}{۱۲۸}$

۴) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۱۲۸}$

$F = \frac{M Q_{\text{هاشور}}}{I}$ ← یک قسمت هاشور بالای تار خنثی و یک قسمت آن پایین تار خنثی می باشد که با توجه به این نکاتی که داده شده که این نیروها هم اندازه می کنند و فقط کافیست خط چین نشان داده را در نظر بگیریم:



$$\Rightarrow F = \frac{M \times \left(\frac{\sqrt{۲}}{۴}a\right)^{۲} \times \frac{a}{۴}}{\frac{(۲a)^{۴}}{۱۲}} = \frac{۳}{۱۲۸}\,\frac{M}{a}$$

۵۳- دمای یک میله دو سرگیردار AB (A سمت چپ) با سطح مقطع ثابت A، طول L، مدول ارتجاعی E و ضریب انبساط حرارتی α به‌طور یکنواخت از T_A در A تا T_B در B تغییر می‌کند، به‌طوری که در هر نقطه تیر به فاصله x از تکیه‌گاه A، رابطه $T = T_A + x(T_B - T_A)/L$ برقرار است. نیرویی که میله بر تکیه‌گاه‌های صلب A و B وارد می‌کند، کدام است؟ (در ابتدا نیروی محوری در میله وجود ندارد و دمای آن T_A است)

۱) $\frac{\alpha EA}{۲}(T_B - T_A)$

۲) $\alpha EA(T_B - ۲T_A)$

۳) $\alpha EA(۲T_B - T_A)$

۴) $۲\alpha EA(T_B - T_A)$

دمای اولیه‌ی کل طول تیر در ابتدا T_A است پس:

طبق با سازگاری: $\int_0^L \alpha \Delta T(x) \cdot dx = \frac{FL}{EA}$

$$\Rightarrow \int_0^L \alpha (T(x) - T_A)\, dx = \frac{FL}{EA}$$

$$\Rightarrow \alpha \int_0^L T_A + \frac{x}{L}(T_B - T_A) - T_A = \frac{FL}{EA}$$

$$\Rightarrow (T_B - T_A)\frac{\alpha}{L} \times \frac{L^2}{2} = \frac{FL}{EA}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = 2\alpha EA(T_B - T_A)}$$

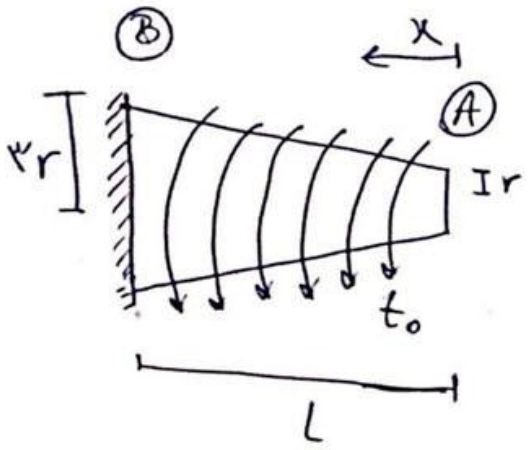
۵۴- یک مخروط ناقص توپر افقی طره‌ای به طول ۳m که شعاع مقطع آن در انتهای آزاد برابر ۴cm و در تکیه‌گاه برابر ۱۲cm است، در طول محور خود تحت اثر لنگر پیچشی گسترده یکنواخت با شدت t_0 قرار دارد. اگر تنش برشی مجاز مصالح برابر با ۱۰۰MPa باشد، حداکثر مقدار t_0 برحسب kN.m / m کدام است؟

۱) $7/2\pi$

۲) $14/4\pi$

۳) $28/8\pi$

۴) $57/6\pi$



معادله خط تغییرات شعاع $\longrightarrow r(x) = r + \frac{2x}{L}r$

$$\Rightarrow r(x) = \frac{2r}{L}\left(x + \frac{L}{2}\right)$$

$$\tau_{(x)} = \frac{(t_0 x)\, r_{(x)}}{\frac{\pi}{2}\left[r_{(x)}\right]^4} = \frac{t_0 x}{\frac{\pi}{2}\cdot r_{(x)}^4} = \frac{2 t_0 x}{\pi \cdot \left[\frac{2r}{L}\left(x+\frac{L}{2}\right)\right]^4}$$

$$\Rightarrow \tau_{(x)} = \frac{t_0 L^3}{4\pi r^3} \cdot \frac{x}{\left(x+\frac{L}{2}\right)^4}$$

حال باید بیشینه $\tau_{(x)}$ کجا حداکثر می‌شود:

$$\tau'_{(x)=0} \longrightarrow \frac{\left(x+\frac{L}{2}\right)^4 - x(4)\left(x+\frac{L}{2}\right)^2}{\left(x+\frac{L}{2}\right)^8} = 0 \longrightarrow x + \frac{L}{2} - 4x = 0 \longrightarrow \boxed{x = \frac{L}{4}}$$

$$\Rightarrow \tau_{(max)} = \frac{t_0 L^3}{4\pi r^3} \times \frac{L/4}{\left(\frac{3L}{4}\right)^4} = \frac{4 t_0 L}{27\pi r^3} \leq \tau_w \longrightarrow t_0 \leq \frac{27\pi r^3 \tau_w}{4L}$$

$$\Rightarrow t_0 \leq \frac{27\pi \times \left(\frac{4}{100}\right)^3 \times 100 \times 10^6 \frac{N}{m^2}}{4 \times 3} \underbrace{\times 10^{-3}}_{\text{تبدیل به kN}} = \boxed{14/4\pi}$$

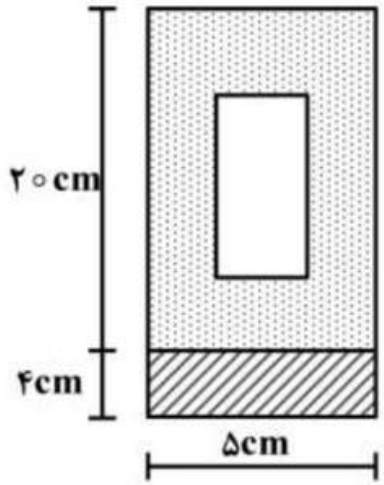
۵۵- مقطع مرکب مطابق شکل از دو ماده مختلف با مدول ارتجاعی E_1 و E_2 تشکیل یافته است. مقطع اول در وسط خود دارای حفره‌ای مستطیل شکل به ابعاد ۱۰×۲ سانتی‌متر است. نسبت E_2 به E_1 کدام باشد تا فاصله تار خنثی از تراز پائینی مقطع برابر ۶cm شود؟

۱) ۱۰

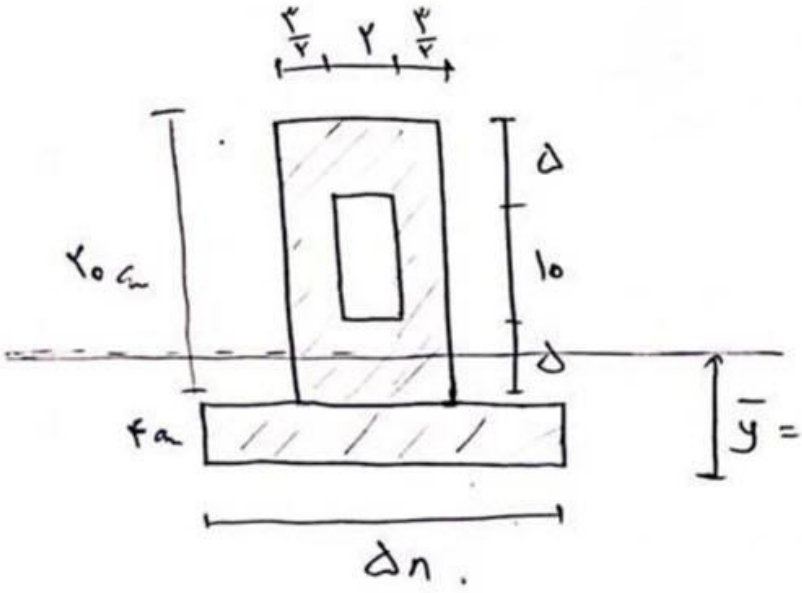
۲) ۹/۲۵

۳) ۸

۴) ۷/۲۵



مقطع را تبدیل می‌کنیم:



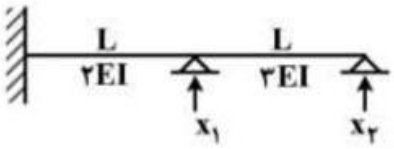
برای محاسبه $\bar{y}$ قسمت E_1 را به صورت یک مستطیل توپر و توخالی در نظر می‌گیریم.

$$\Rightarrow \bar{y} = \frac{(۵n \times ۴)(۲) + (۵ \times ۲۰)(۱۴) - (۲ \times ۱۰)(۱۴)}{(۵n \times ۴) + (۵ \times ۲۰) - (۲ \times ۱۰)} = ۶$$

$$\Rightarrow ۶\,[۲۰n + ۸۰] = ۴۰n + (۸۰ \times ۱۴)$$

$$\Rightarrow ۱۲n + ۴۸ = ۴n + ۱۱۲ \Longrightarrow ۸n = ۶۴ \Longrightarrow n = ۸$$

۵۶- فقط با درنظر گرفتن اثر خمشی، درایه ستون دوم و سطر اول ماتریس نرمی تیر نامعین زیر چقدر می‌شود؟

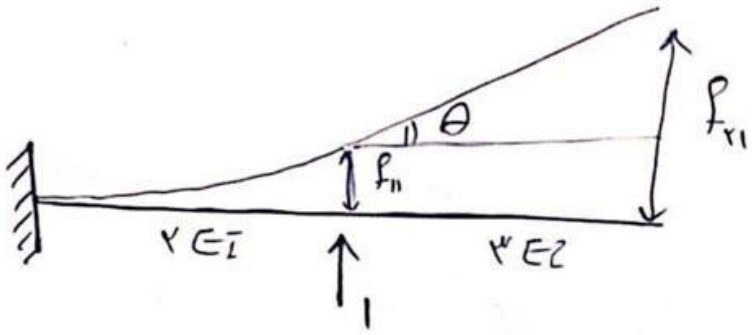


۱) $\frac{۵}{۶}\frac{L^۳}{EI}$

۲) $\frac{۵}{۱۲}\frac{L^۳}{EI}$

۳) $\frac{۵}{۱۸}\frac{L^۳}{EI}$

۴) $\frac{۵}{۲۴}\frac{L^۳}{EI}$



$$[f] = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{bmatrix}$$

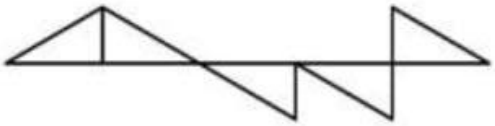
به دلیل تقارن $f_{12} = f_{21}$

اعمال بار واحد در درجه آزادی !

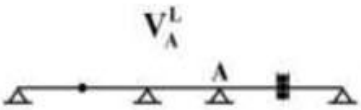
$$\Rightarrow f_{11} = \frac{1(L^3)}{3(2EI)} = \frac{L^3}{6EI}$$

$$f_{21} = f_{11} + \theta \times L = \frac{L^3}{6EI} + \frac{L^2}{2(2EI)} \times L = \frac{5L^3}{12EI}$$

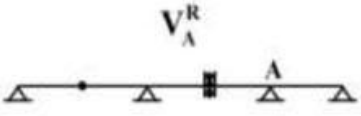
۵۷- شکل زیر خط تأثیر چه کمیّتی و متعلق به کدام تیر معیّن است؟



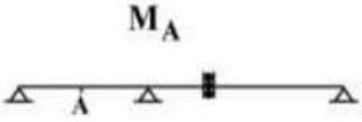
۱) V_A^L



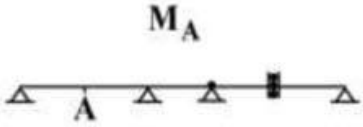
۲) V_A^R

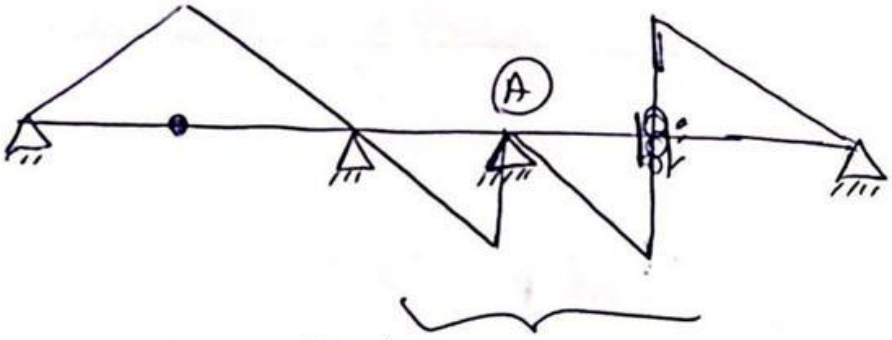


۳) M_A



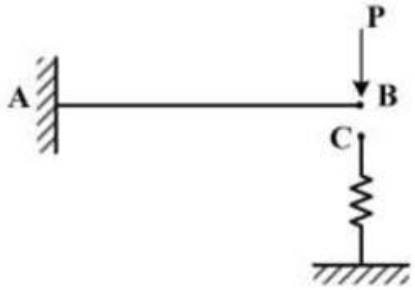
۴) M_A





پرش سمت چپ تکیه‌گاه A ← V_A^L

۵۸- تیر طره به‌طول L و سختی خمشی EI مطابق شکل مفروض است. مقدار نیروی P از صفر شروع شده و زیاد می‌شود تا نقطه B به نقطه C برسد و سپس سرتیر و فنر با هم حرکت کنند. در صورتی‌که فاصله قائم نقاط B و C برابر δ و سختی فنر برابر $K = \frac{EI}{L^3}$ باشد، به ازاء چه مقدار از P بر حسب $\frac{EI\delta}{L^3}$ تغییر مکان نقطه B به میزان 3δ به‌سمت پایین خواهد بود؟



۱) ۳
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۱

یک مقدار از نیروی صرف جابجایی δ [گپ بین B و C] می‌شود، سپس وقتی تیر به C رسید، فنر و تیر عملکرد سازی دارند:

مرحله‌ی اول: $\frac{F_1 L^3}{3EI} = \delta \rightarrow F_1 = \frac{3EI\delta}{L^3}$

مرحله‌ی دوم (۲δ تغییر): عملکرد سازی

$$\begin{cases} F_{2_{فنر}} = (2\delta)[k_{فنر}] = \frac{2EI\delta}{L^3} \\ F_{2_{تیر}} = (2\delta)\left(\frac{3EI}{L^3}\right) = \frac{6EI\delta}{L^3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = \underset{!}{\text{نیروی مرحله}} + \underset{2}{\text{نیروی مرحله}} = F_1 + F_{2_{فنر}} + F_{2_{تیر}} = \frac{11EI\delta}{L^3}$$

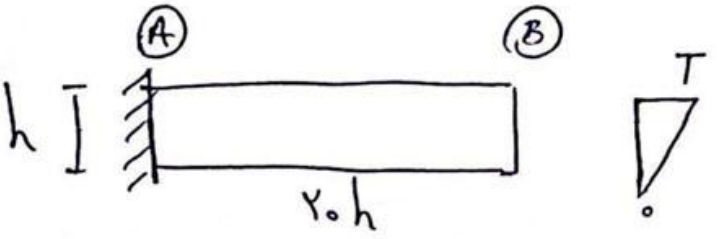
۵۹- در تیر طره AB (B انتهای آزاد) به‌طول L و سختی خمشی EI، اگر طول تیر ۲۰ برابر عمق (ارتفاع) مقطع مستطیلی آن، اختلاف دمای تار بالا و پایین مقطع برابر T و ضریب انبساط حرارتی برابر α باشند، با فرض توزیع خطی دما در مقطع، دوران و جابه‌جایی قائم نقطه B به‌ترتیب از راست به چپ چقدر است؟

۱) $\frac{10\alpha TL}{EI}$ و $\frac{10\alpha T}{EI}$

۲) $\frac{20\alpha TL}{EI}$ و $\frac{10\alpha T}{EI}$

۳) $10\alpha TL$ و $20\alpha T$

۴) $20\alpha TL$ و $20\alpha T$



سازه ی واحد

(سازه ی اصلی)

$$1\times\delta_{r_B}=\int_0^{20h} m(x)\,\frac{T_{\text{بالا}}-T_{\text{پایین}}}{h}\cdot\alpha\cdot dx=\frac{T\alpha}{h}\int m(x)=\frac{T\alpha}{h}\times\left(\frac{20h\times 20h}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \delta_{r_B}=T\alpha\times 200h \xrightarrow{h=\frac{L}{20}} \delta_{r_B}=T\alpha\times 200\times\frac{L}{20}=10\alpha TL$$

$$\rightarrow \theta_B=\frac{T\alpha}{h}\int m(x)=\frac{T\alpha}{h}\times 20h=20\alpha T$$

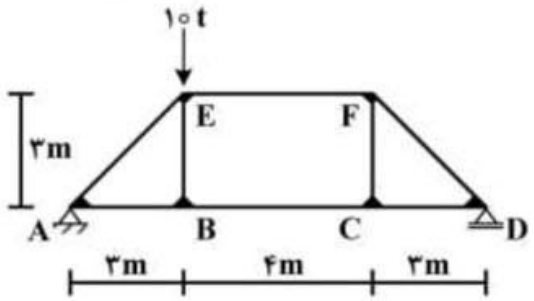
۶۰- در قاب مطابق شکل اگر نسبت سختی خمشی به‌طول اعضا، همگی برابر و ثابت باشند، نیروی محوری عضو EF چند تن برآورد می‌شود؟

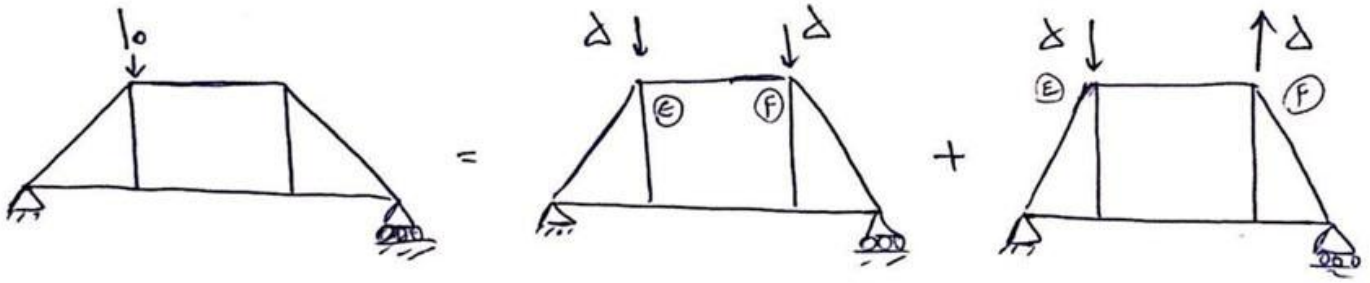
۱) صفر

۲) ۵

۳) $۵\sqrt{۲}$

۴) ۱۰





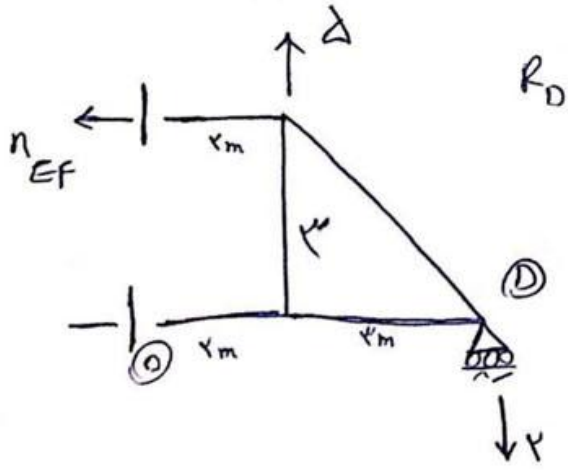
سازه‌ی معادل

سازه‌ی اصلی + سازه‌ی معادل

سازه‌ی اصلی + سازه‌ی معادل را از وسط نصف می‌کنیم:

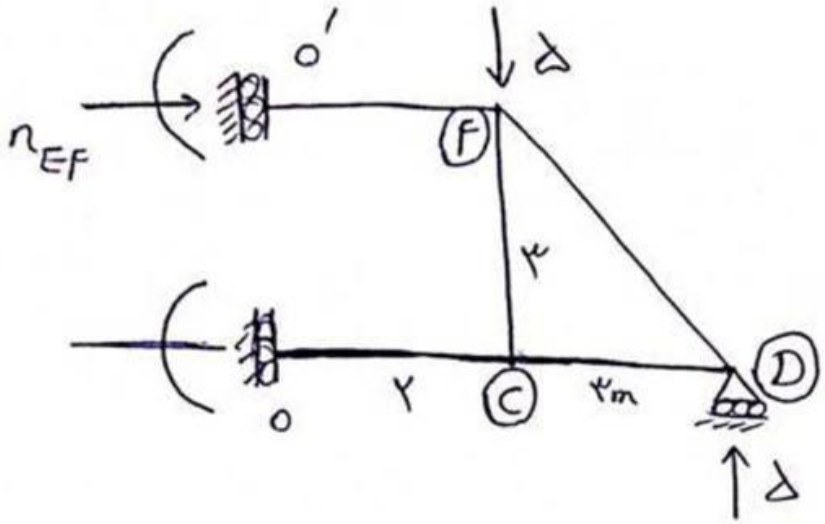
ابتدا در کل سازه‌ی قطع زده و R_D را می‌یابیم: $R_D = ۲$

در محل تقارن‌ها قطع می‌زنیم:



$$\sum M_C = ۰ \longrightarrow ۲(۵) = ۵(۲) + n_{EF} \times ۳ \Rightarrow n_{EF} = ۰$$

حال سازه‌ی متقارن:



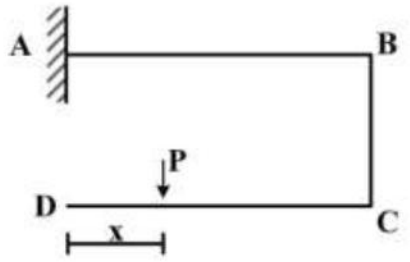
در این حالت می‌توان اینگونه استدلال کرد که سازه بارگذاری گره‌ای دارد و عملکرد خمشی ندارد یا به عبارتی فقط عملکرد خرپایی دارد پس:

$M_O = M_{O'} = 0$

$$\Sigma M_O = 0 \longrightarrow (n_{EF})(۳) + ۵(۲) = ۵(۵)$$

$$\Rightarrow \boxed{n_{EF} = ۵}$$

۶۱- در سازه مطابق شکل، $AB = DC = 2BC = L$ و سختی خمشی DC و BC برابر EI و سختی خمشی AB برابر αEI می‌باشند. به‌ازای چه مقدار x جابه‌جایی افقی گره C مستقل از α است؟



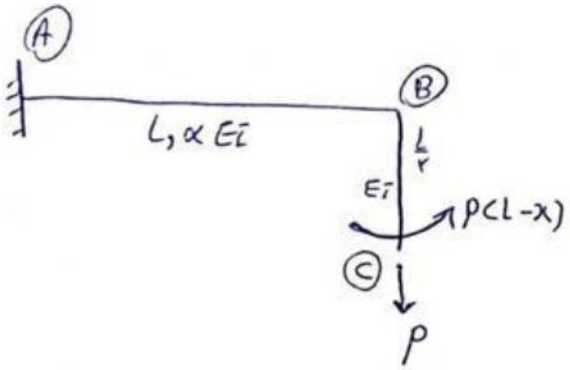
۱) $\frac{L}{4}$

۲) $\frac{L}{3}$

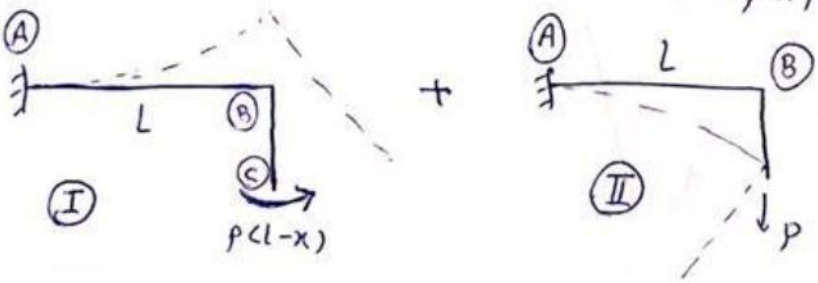
۳) $\frac{L}{2}$

۴) L

بار P را به تکه‌ای پیوسته منتقل می‌کنیم:



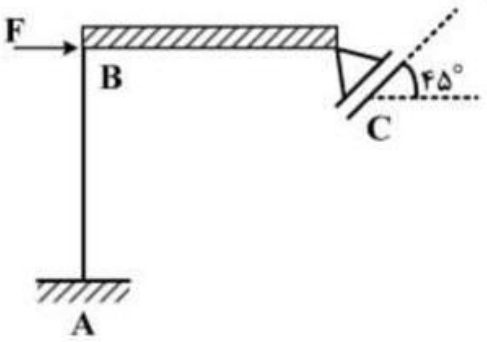
با استفاده از Superposition:



در سازه‌ی (I) عامل انتقال افقی پیدا نکرد، لنگر $P(L-x)$ در تیر BC و θ در تیر AB است و در سازه‌ی (II) عامل افقی حرکت یک نقطه θ تیر (AB) وجود دارد که اگر این یک عامل هم را خنثی کند، αEI با تیری ندارد:

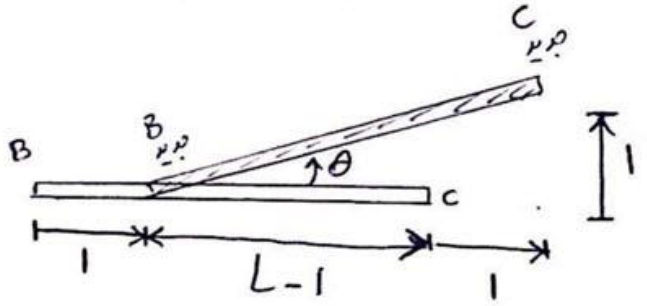
$$\left(\frac{ML}{\alpha EI}\right)_I = \left(\frac{PL^2}{2(\alpha EI)}\right)_{II} \Rightarrow P(L-x)L = \frac{PL^2}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{L}{2}}$$

۶۲- در سازه مطابق شکل، $AB = BC = L$ و تیر BC صلب و سختی خمشی ستون AB برابر EI می‌باشند. مقدار نیروی F برای ایجاد تغییر مکان افقی واحد در B چه ضریبی از $\frac{EI}{L^3}$ است؟



۱) ۱۲
۲) ۲۴
۳) ۲۸
۴) $۱۶\sqrt{۲}$

تغییر مکان مایلی جلب BC را رسم می‌کنیم.

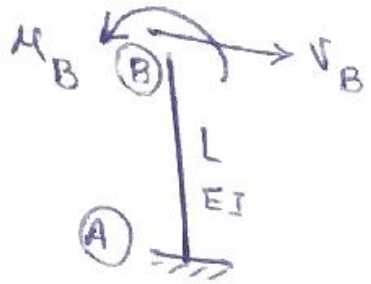


C جدید، چون زاویه‌ی شیب ۴۵° بوده، و وقتی یک واحد به سمت راست می‌آید، یک واحد هم بالا می‌رود

$$\Rightarrow \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{1}{L}$$

حال اگر فنر شود لنگری که در B، ایجاد می‌شود M باشد، داریم:

$$\theta_B = \frac{1}{L}$$



ب:

$$\text{(I)}\quad \delta_{H_B} = \frac{V_B L^3}{3EI} - \frac{M_B L^2}{2EI} = 1$$

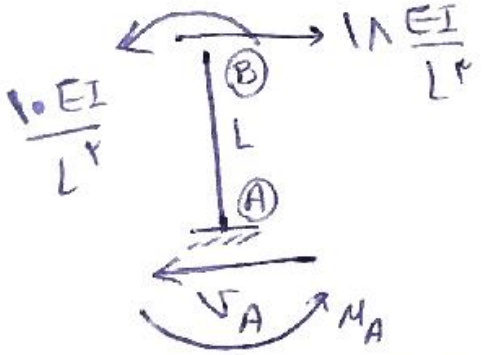
$$\text{(II)}\quad \theta_B = \frac{M_B L}{EI} - \frac{V_B L^2}{2EI} = \frac{1}{L}$$

(I) $\Rightarrow$ $V_B L = \frac{3EI}{L^2} + \frac{3}{2} M_B$ $\longrightarrow$ جاگذاری در (II)

$$\Rightarrow \frac{M_B L}{EI} - \frac{L}{2EI}\left[\frac{3EI}{L^2} + \frac{3}{2} M_B\right] = \frac{1}{L} \Rightarrow \frac{M_B L}{4EI} = \frac{5}{2L}$$

$$\Rightarrow M_B = \frac{10\,EI}{L^2} \Rightarrow V_B = 18\,\frac{EI}{L^3}$$

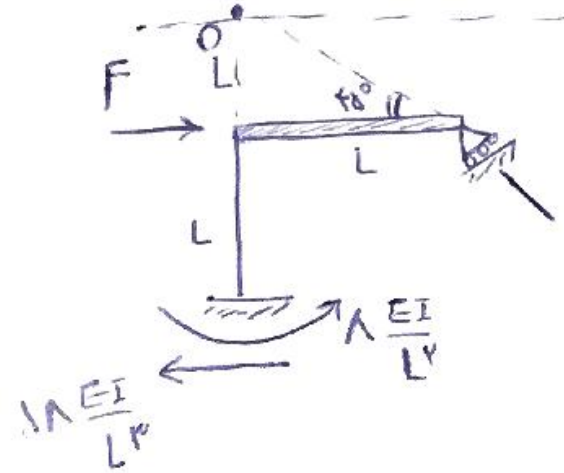
حال داریم:



$$\Rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow V_A = 18\frac{EI}{L^3}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow M_A = 8\frac{EI}{L^2}$$

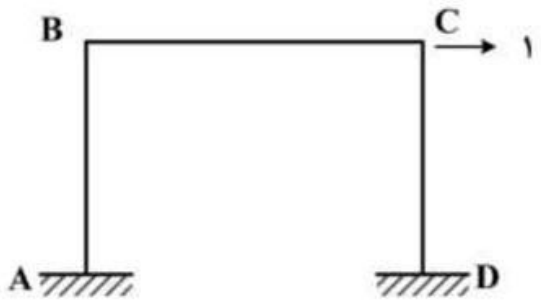
کل تیر:



$$\sum M_O = 0 \rightarrow FL + \frac{8EI}{L^2} = \frac{18EI}{L^3}(2L)$$

$$\Rightarrow F = 28\,\frac{EI}{L^3}$$

۶۳- در سازه قابی مطابق شکل $AB = BC = DC = L$ و سختی خمشی دو ستون AB و CD برابر EI و سختی خمشی تیر BC برابر αEI می‌باشند. اگر در تحلیل قاب متقارن فوق، لنگر M_{BA} برابر $\frac{L}{6}$ (در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت) باشد، آنگاه چرخش تکیه‌گاه A به میزان β چه تغییر مکان افقی در C ایجاد می‌کند؟



۱) $\frac{\beta L}{2}$

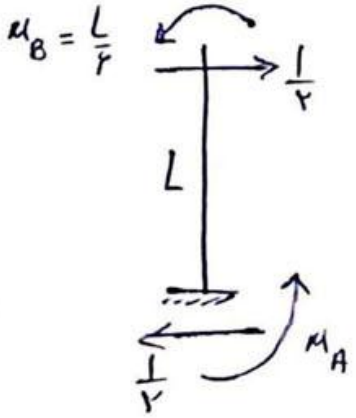
۲) $\frac{\beta L}{3}$

۳) $\frac{\beta L}{4}$

۴) $\frac{\beta L}{6}$

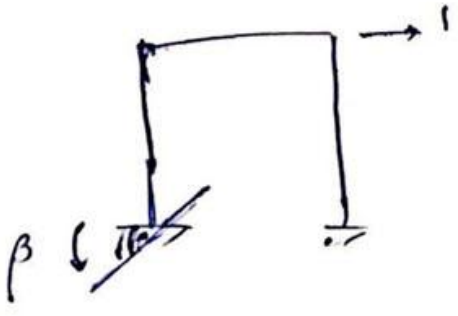
مطابق با اصول تقارن در قاب نشان داده شده : $A_x = D_x = \frac{1}{2}$ [به سمت چپ]

با در نظر گرفتن ستون AB :



$$\sum M_A = 0 \rightarrow M_A + \frac{L}{6} = \frac{1}{2}(L) \Rightarrow M_A = \frac{L}{3}$$

طبق اصل کار مجازی :



$$1 \times \delta_{H_C} + W_R = 0$$

$$\Rightarrow \delta_{H_C} + \beta(\frac{L}{3}) = 0$$

$$\Rightarrow |\delta_{H_C}| = \frac{\beta L}{3}$$

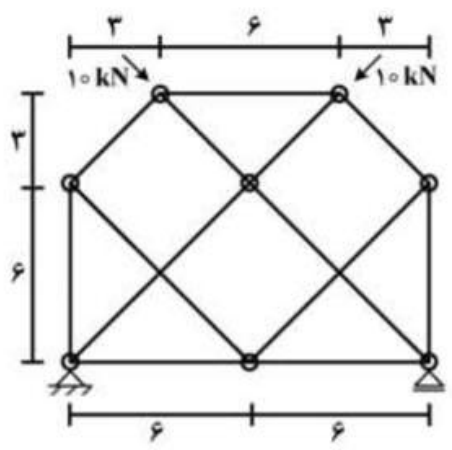
۶۴- **در سازه خرپایی مطابق شکل، ابعاد به متر هستند. کدام‌یک از عبارات زیر در مورد این سازه صحیح است؟**

۱) سازه معین و دارای چهار عضو با نیروی داخلی ۱۰kN می‌باشد.

۲) سازه معین و دارای شش عضو صفر نیرویی می‌باشد.

۳) سازه ناپایدار است.

۴) سازه نامعین است.



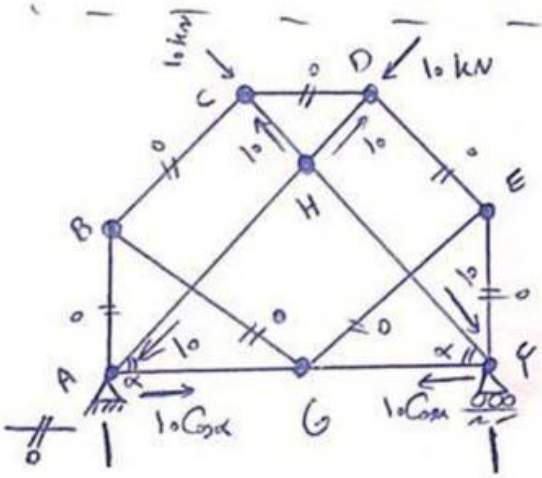
در ابتدا پایداری - ناپایداری را بررسی می کنیم:

نکته: اگر در یک خرپا بدون هیچ گونه بارگذاری، تمام نیروی اعضا صفر بدست آید، خرپا پایدار است.

با فرض نبودن نیروی ۱۰kN : BG و GE ← AB, BC, EF, DE, CH, DH

(تعادل - تکاری) (یک مفصل و ۲ میله) صفر

← AG و GF (تعادل در گره ها) صفر



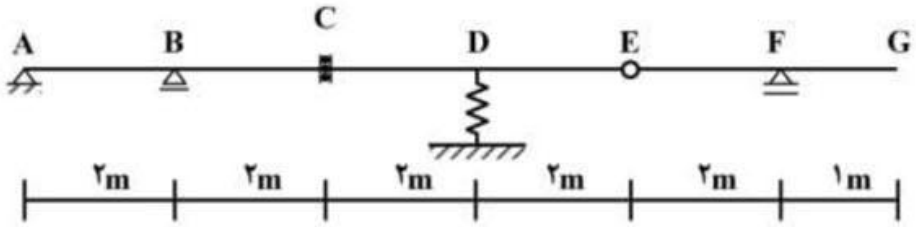
حال داریم: CD روی محور تکاری ← صفر

نیروی اعضای HF, AH, HD, CH ← ۱۰

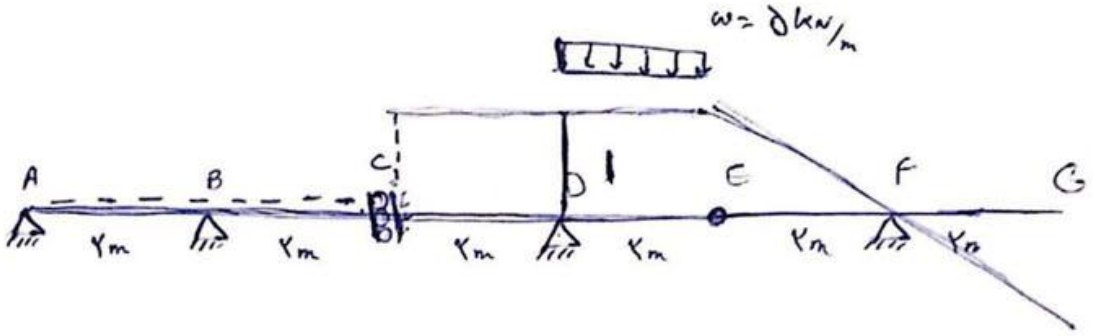
نیروی اعضای AG, GF ← ۱۰Cosα

⟹ سازه معین و چهار عضو ۱۰ کیلونیوتنی دارد.

۶۵- بار گسترده‌ای به‌طول ۲ متر با شدت یکنواخت $۵\frac{kN}{m}$ از چپ به راست از روی تیر مطابق شکل عبور می‌کند. این بار در چه موقعیتی (دهانه‌ای) قرار داشته باشد تا حداکثر تغییر مکان در فنر ایجاد گردد. در ضمن مقدار این تغییر مکان چند سانتی‌متر برآورد می‌شود؟ (سختی فنر برابر $۲۰۰\frac{kN}{m}$ می‌باشد.)



۱) BC – ۲/۵
۲) CD – ۲/۵
۳) DE – ۵
۴) EF – ۵



$R_{D_{max}} = ۵ \times ۲ \times ۱ = ۱۰\ kN$

$F_{max} = R_{D_{max}} \Rightarrow \delta_{max_{\text{فنر}}} = \frac{F_{max}}{k_{\text{فنر}}} = \frac{۱۰\ (kN)}{۲۰۰\ (\frac{kN}{m})} = \frac{۱}{۲۰}\ (m) = ۵\ cm$

دهانه‌ی CD یا DE