اجزای نظریه الاستیسیته (با مثال‌های حل شده)

مقدمه

کاربرد روش اجزای محدود شامل مسائل الاستیسیته هم می‌شود. نظریه الاستیسیته با تنش و تغییر مکان در اجسام الاستیک که توسط نیروهای خارجی ایجاد شده‌اند سروکار دارد.

بعضی از جنبه‌های مهم نظریه الاستیسیته:

اجزای تنش:

دو نوع تنش بر هر وجه از یک عضو اعمال می‌شود:

۱. تنش محوری (- نرمال): عمود بر وجه عمل می‌کند.
۲. تنش برشی: که دو مؤلفه در هر وجه دارد.

رابطه بین تنش‌های برشی:

$$\tau_{yz} = \tau_{zy,} \qquad \tau_{zx} = \tau_{xz,} \qquad \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

بنابراین برای تحلیل عضو در اصل باید ۶ مؤلفه تنش تعیین شوند.

اجزای کرنش:

$$\varepsilon_x , \varepsilon_y , \varepsilon_z , \gamma_{xy} , \gamma_{yz} , \gamma_{xz}$$

این مؤلفه‌ها شرایط تغییر شکل در یک نقطه را تعریف می‌کنند.

نکته: هر ۶ مؤلفه تنش تابعی از ۶ مؤلفه کرنش هستند و ماتریسی که رابطه بین آن‌ها را شکل می‌دهد را ماتریس الاستیسیته می‌نامند.

نظریه مسائل صفحه‌ای:

۱. تنش صفحه‌ای
۲. کرنش صفحه‌ای

مسئله تنش صفحه‌ای:

- یک بعد (مثلاً z) در مقایسه با دو جهت دیگر بسیار کوچک است.
- یک بارگذاری داخل صفحه‌ای وجود دارد که در آن هیچ بارگذاری در جهت ضخامت وجود ندارد.

مثلاً: دیوار برشی، ورق نازک

$$\sigma_x = f_1(x,y)$$
$$\sigma_y = f_2(x,y)$$
$$\tau_{xy} = f_3(x,y)$$
$$\sigma_z = 0$$
$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

مسئله کرنش صفحه‌ای:

- یک بعد در مقایسه با دیگر ابعاد خیلی بزرگ‌تر است.
- بارگذاری در جهت بعد بزرگ‌تر انجام شده است.
- هر مقطع صفحه‌ای مشابه با دیگر مقاطع صفحه‌ای است و همان شرایط مرزی را دارد.

مثلاً: سد آب، دیوار حائل

$$\varepsilon_x = f_1(x,y)$$
$$\varepsilon_y = f_2(x,y)$$
$$\varepsilon_{xy} = f_3(x,y)$$
$$\varepsilon_z = 0$$
$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

مراحل فرآیند اجزای محدود:

۱. تعیین و تفکیک سازه
۲. محاسبه ماتریس سختی و بردار بار برای اجزای منفرد
۳. ایجاد ماتریس سختی کلی و بردار بار کلی با سرهم کردن ماتریس سختی و بردار بار اجزا
۴. حل معادلات
۵. به دست آوردن تنش و کرنش در اجزای منفرد

مترجم: علی اکبر خلیلی

منبع:

http://civildigital.com/elements-theory-elasticity-solved-examples/