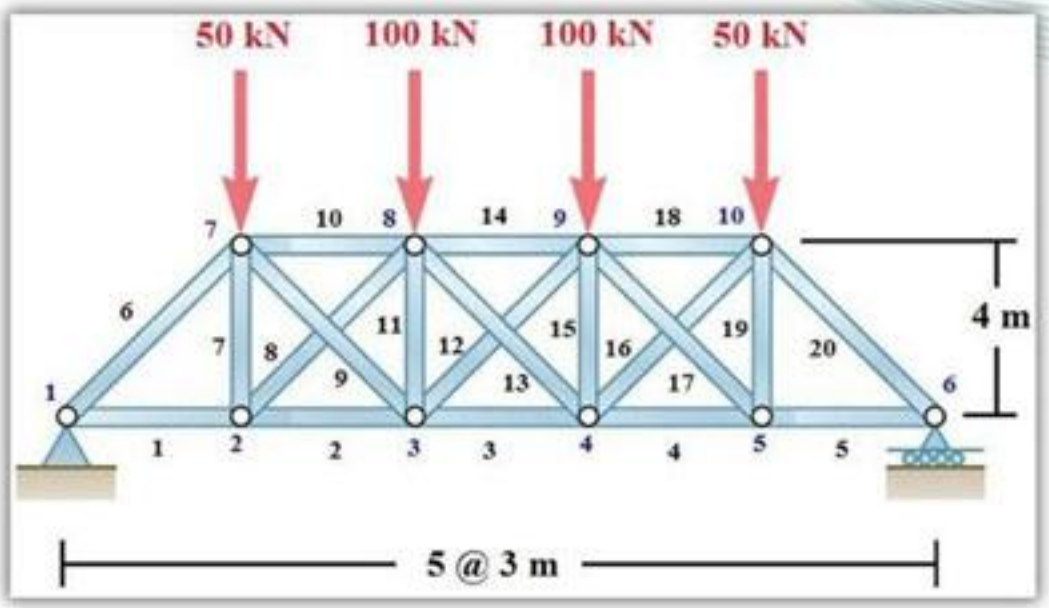
حل تشریحی سوالات تحلیل سازه و مقاومت مصالح، کارشناسی ارشد ۹۶



نویسنده: تیام شیرزادی

- [x] سازه
- [ ] معماری
- [ ] آب
- [ ] خاک
- [ ] راه

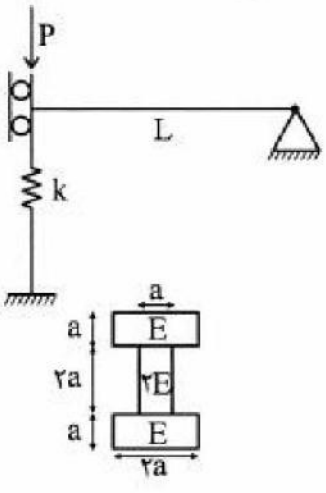
ناشر:
www.civil808.com

زمستان ۱۳۹۸

۴۶- درنقطه‌ای از یک سازه با رفتار ارتجاعی خطی، با ضریب ارتجاعی ۲۰۰GPa، ضریب پواسون برابر ۰/۲۵ ، مقادیر کرنش به‌صورت $\varepsilon_x = ۰/۰۰۰۲$، $\varepsilon_y = ۰/۰۰۰۵$و $\gamma_{xy} = ۰/۰۰۰۴$ بوده و سایر مولفه‌های کرنش صفر است. مقدار حداکثر تنش برشی در نقطه مزبور چند MPa می‌باشد؟

۱) ۳۲ ۲) ۴۰ ۳) ۴۸ ۴) ۶۰

۴۷- تغییر طول فنر انتهای تیر شکل زیر با مقطع غیرهمگن کدام است؟ (سختی فنر برابر $k = \frac{۸EA^۴}{L^۳}$ می‌باشد.)



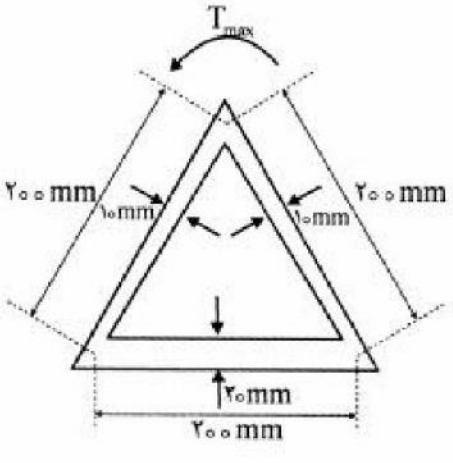
۱) $\frac{۱}{۴۰}\frac{PL^۳}{EA^۴}$

۲) $\frac{۱}{۶۰}\frac{PL^۳}{EA^۴}$

۳) $\frac{۱}{۸۰}\frac{PL^۳}{EA^۴}$

۴) $\frac{۱}{۱۲۰}\frac{PL^۳}{EA^۴}$

۴۸- در مقطع جدار نازک شکل زیر، تحت لنگر پیچشی، چنانچه تنش برشی حداکثر ۱۰۰MPa باشد، نیروی وارد به ضلع افقی چند کیلو نیوتن است؟



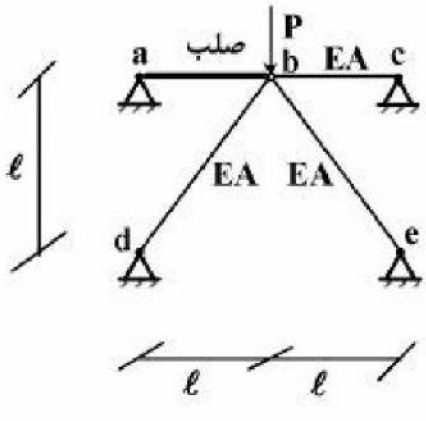
۱) ۵۰

۲) ۱۰۰

۳) ۲۰۰

۴) ۴۰۰

۴۹- در خرپای نشان داده شده در شکل، نیروی موجود در میله صلب چقدر است؟



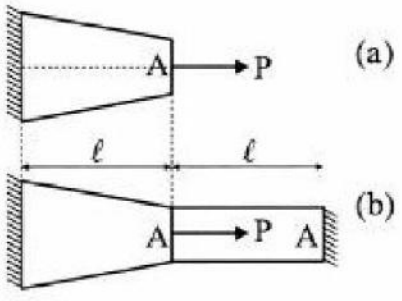
۱) صفر

۲) $\frac{P}{۲}$

۳) P

۴) $P\sqrt{۲}$

۵۰- اگر در میله با مقطع متغیر، شکل (a)، تغییر طول $۰/۵\frac{P\ell}{EA}$ باشد، نیروی محوری قطعه راست میله شکل b چقدر است؟ مشخصات قطعه چپ میله شکل (b) مشابه میله (a) است و هر دو قسمت مدول ارتجاعی E دارند.



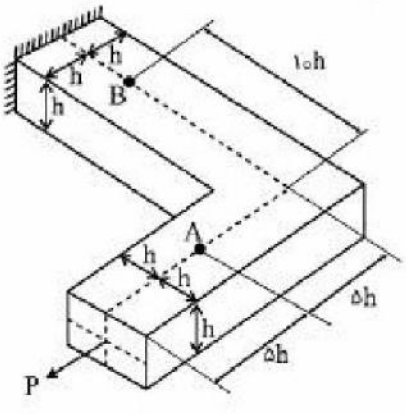
۱) $\frac{P}{۲}$

۲) $\frac{P}{۳}$

۳) $\frac{۲P}{۳}$

۴) $\frac{۳P}{۴}$

۵۱- در عضو نشان داده شده در شکل، نیروی محوری P به مرکز سطح مقطع عضو اعمال شده است. نسبت حداکثر تنش عمودی نقطهٔ B به حداکثر تنش عمودی نقطه A $(\frac{\sigma^{B}_{max}}{\sigma^{A}_{max}})$ و نسبت حداکثر تنش برشی نقطه B به حداکثر تنش برشی نقطه A $(\frac{\tau^{B}_{max}}{\tau^{A}_{max}})$ به‌ترتیب کدام است؟



۱) ۰/۶۷ و ۰/۳۳

۲) ۰ و ۱/۵

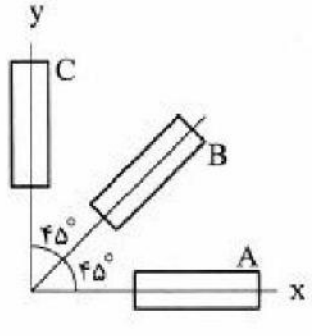
۳) ۱ و ۲

۴) ۱/۵ و ۳

۵۲- در یک آزمایش، از ۳ کرنش نما با زاویه ۴۵° مطابق شکل، نتایج زیر استخراج شده است.

$$\begin{cases}\varepsilon_A = ۵۳۰\times۱۰^{-۶}\\ \varepsilon_B = ۱۹۰\times۱۰^{-۶}\\ \varepsilon_C = ۱۷۰\times۱۰^{-۶}\end{cases}$$

کرنش برشی حداکثر در صفحه نصب کرنش سنج‌ها کدام است؟



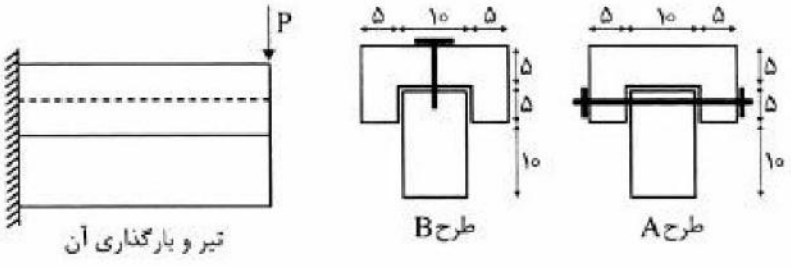
۱) ۱۸۰×۱۰^{-۶}

۲) ۱۹۰×۱۰^{-۶}

۳) ۳۲۰×۱۰^{-۶}

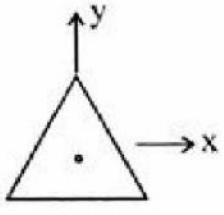
۴) ۳۵۰×۱۰^{-۶}

۵۳- تیری با بارگذاری نشان داده شده در شکل، از اتصال دو قطعه چوبی ساخته شده و برای اتصال قطعات، دو طرح A و B پیشنهاد شده است. اگر در اجرای هر دو طرح از پیچ‌هایی اتکایی با مقاومت برشی و قطر یکسان استفاده گردد، تعداد پیچ‌های مورد نیاز در طرح B چند برابر طرح A می‌باشد؟ (واحد ابعاد مقطع هماهنگ هستند).



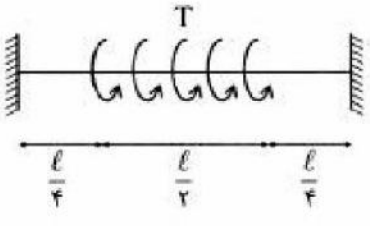
۱) سه برابر
۲) دو برابر
۳) یکسان
۴) نصف

۵۴- مقطع تیری به‌صورت جدار نازک و به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع با هر ضلع به‌طول a و ضخامت t می‌باشد. اگر لنگر خمشی دو محوره به‌صورت $M_x = M_y = ۲۴a^۲t$ در مقطعی از تیر وارد شده باشد، تنش حداکثر نرمال در آن مقطع چند واحد مورد نظر است؟ محور x موازی یکی از اضلاع مثلث و محور y عمود بر آن است.



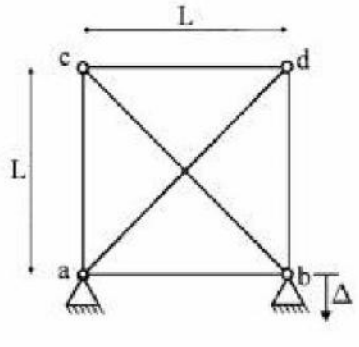
۱) ۷۲
۲) ۹۶
۳) ۱۰۰
۴) ۱۲۰

۵۵- میله به طول ℓ با مقطع دایره‌ای و با صلبیت پیچشی GJ بین دو جداره متوازی محکم شده و زاویه پیچش در دو تکیه‌گاه صفر است. اگر کل لنگر پیچشی $T = ۰/۴۸GJ/\ell$ در نیمه میانی میله به‌صورت گسترده یکنواخت به آن اعمال شود، زاویه پیچش وسط میله چند رادیان است؟



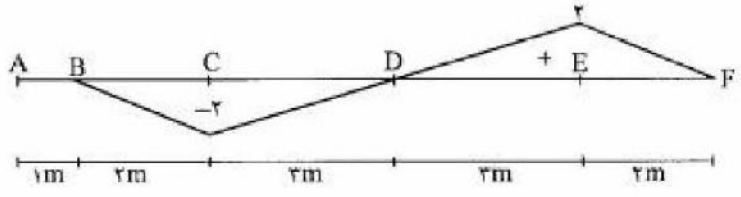
۱) ۰/۰۴۵
۲) ۰/۰۹۰
۳) ۰/۱۲۰
۴) ۰/۱۸۰

۵۶- خرپای زیر که مدول کشسانی و سطح مقطع تمام میله‌های آن E و A است را درنظر بگیرید. در اثر نشست کوچک قائم تکیه‌گاه b به اندازه Δ به سمت پایین، نیروی میله قطری bc حدوداً چقدر خواهد بود؟



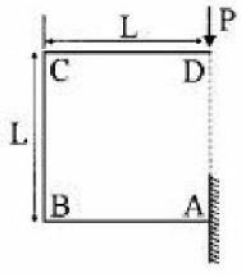
۱) صفر
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\frac{EA\Delta}{L}$
۳) $(\frac{\sqrt{۲}-۱}{۲})\frac{EA\Delta}{L}$
۴) $(\frac{\sqrt{۲}+۱}{۲})\frac{EA\Delta}{L}$

۵۷- خط تأثیر لنگر در نقطهٔ **B** از تیر معین، **ABCDEF** به‌صورت شکل زیر داده شده است. اگر باری به‌طول متغیر به شدت $۳۰\ \frac{kN}{m}$ از روی تیر عبور کند، حداکثر مقدار برش در **B** برحسب کیلونیوتن چقدر است؟



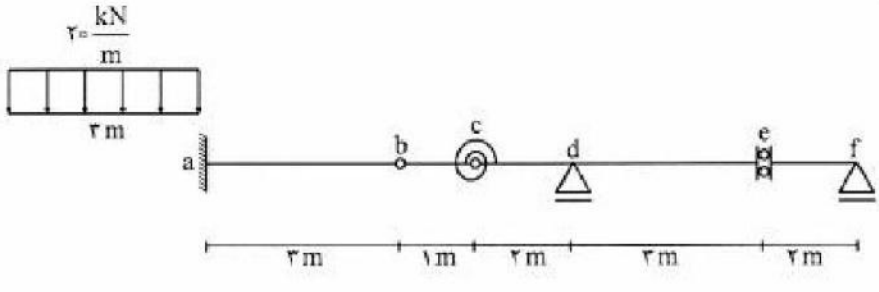
۱) ۲۵
۲) ۷۵
۳) ۱۰۵
۴) ۱۲۰

۵۸- قاب پیوسته **ABCD** که در **A** گیردار می‌باشد، تحت بار **P** مطابق شکل زیر قرار دارد. در صورتی‌که **EI** برای همه اعضاء یکسان باشد، خیز قائم نقطه **D** چقدر است؟



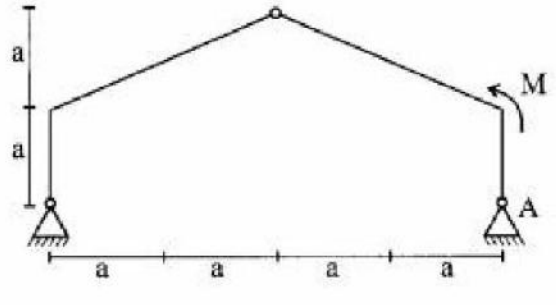
۱) $\frac{PL^۳}{۳EI}$
۲) $\frac{۵PL^۳}{۳EI}$
۳) $\frac{۵PL^۳}{۶EI}$
۴) $\frac{۵PL^۳}{۸EI}$

۵۹- در سازه شکل زیر، حداکثر لنگر ایجاد شده در فنر پیچشی در اثر عبور یک بار گسترده به‌طول ۳ متر و اندازه $۲۰\ \frac{kN}{m}$ چند **kN.m** است؟



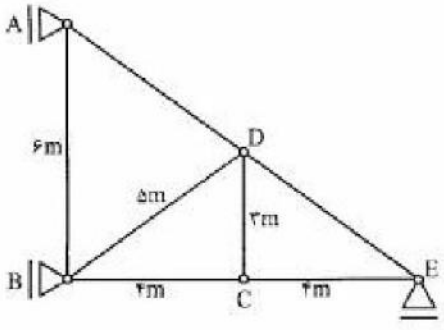
۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۲۵
۴) ۳۰

۶۰- مقدار کل عکس‌العمل تکیه‌گاه سمت راست قاب زیر تحت لنگرمتمرکز وارده، چقدر است؟



۱) $\frac{۱}{۲}\frac{M}{a}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}\frac{M}{a}$
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}\frac{M}{a}$
۴) $\sqrt{۲}\frac{M}{a}$

۶۱- در خرپای زیر تغییرات یکنواخت درجهٔ حرارت در اعضای DC و BD، $\Delta t = ۲۰^\circ C$ می‌باشد. اگر ضریب انبساط حرارتی اعضاء α باشد، دوران عضو BC چقدر است؟



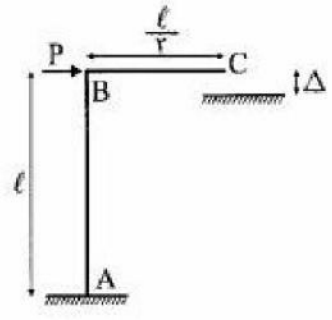
۱) ۵α

۲) ۶α

۳) $\frac{۳۵\alpha}{۶}$

۴) $\frac{۳۷\alpha}{۶}$

۶۲- قاب طره‌ای ABC با سختی خمشی EI تحت بار P درنظر است. حداقل اندازه نیروی P چقدر باشد تا درز کوچک Δ بسته شود؟



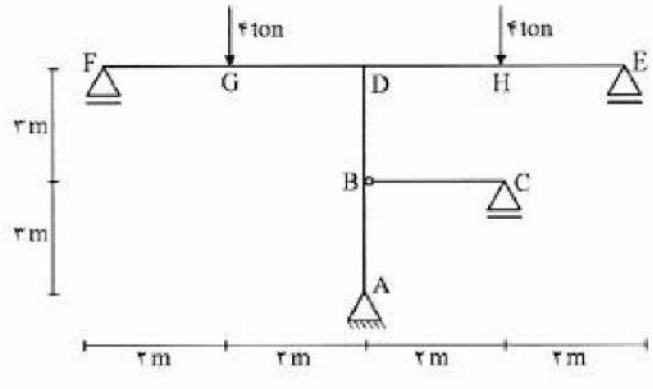
۱) $۲\frac{EI\Delta}{\ell^۲}$

۲) $۳\frac{EI\Delta}{\ell^۳}$

۳) $۴\frac{EI\Delta}{\ell^۳}$

۴) $۶\frac{EI\Delta}{\ell^۳}$

۶۳- در سازهٔ شکل زیر EI ثابت است. قدرمطلق نسبت M_{DH} بر M_{HD} چقدر است؟



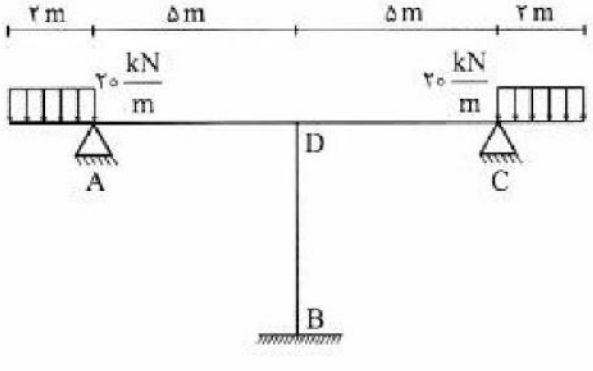
۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۵}{۶}$

۴) $\frac{۶}{۵}$

۶۴- در قاب شکل داده شده نیروی محوری ستون DB چقدر است؟ از تغییر شکل‌های محوری صرف‌نظر نمایید.



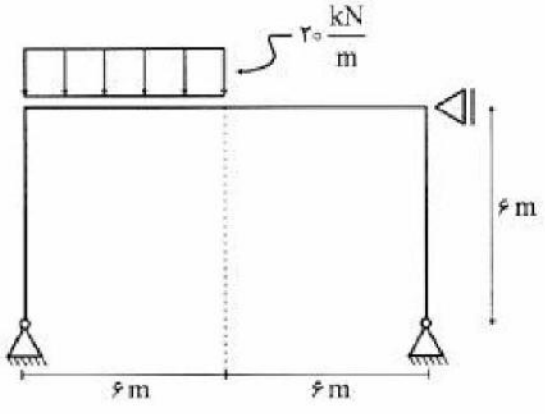
۱) ۲/۴ton کششی

۲) ۲/۴ton فشاری

۳) ۴ton کششی

۴) ۴ton فشاری

۶۵- لنگر خمشی در وسط تیر قاب با مهار جانبی مطابق شکل چند kN.m می‌باشد؟ تمام اعضا دارای صلبیت خمشی EI می‌باشند.



۱) ۱۲۰

۲) ۹۰

۳) ۷۵

۴) ۶۰

سوال ۱ : با توجه به اینکه مشخصات کرنش دو نقطه داده شده و ذکر شده که کرنش در سایر نقاط صفر است باید به صورت سه بعدی به مسئله نگاه کنیم :

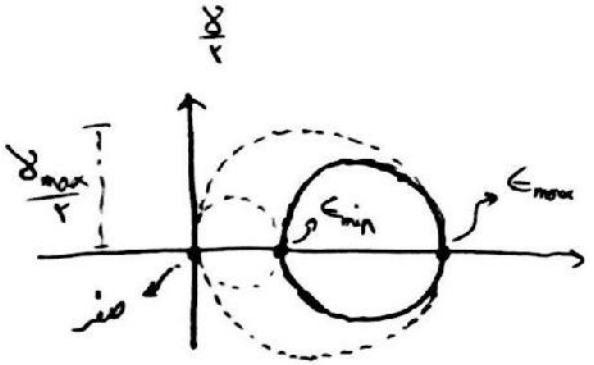
ابتدا مقدار کرنش حداکثر حاصل صفحه‌ی x-y را می‌یابیم :

$$\epsilon_{max\atop min} = \epsilon_{avg} \pm R \quad , \quad R = \text{شعاع دایره موهر کرنش محوری - برشی} \quad , \quad \epsilon_{avg} = \frac{\epsilon_x+\epsilon_y}{2}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x-\epsilon_y}{2}\right)^2+\left(\frac{\gamma_{max}}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0/0002-0/0005}{2}\right)^2+\left(\frac{0/0004}{2}\right)^2} = 0/00025$$

$$\Rightarrow \epsilon_{max\atop min} = \left(\frac{0/0002+0/0005}{2}\right) \pm 0/00025 \Rightarrow \begin{cases} \epsilon_{max} = 0/0006 \\ \epsilon_{min} = 0/00005 \end{cases}$$

حال دایره‌ی موهر را رسم می‌کنیم :



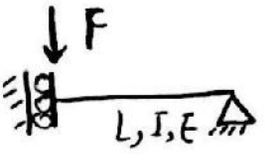
$$\text{شعاع دایره‌ی بزرگتر} = \frac{\epsilon_{max}-0}{2} \Rightarrow \frac{\gamma_{max}}{2} = \frac{\epsilon_{max}-0}{2}$$

$$\Rightarrow \gamma_{max} = 0/0006 \longrightarrow \tau_{max} = \underbrace{G}_{\frac{E}{2(1+\nu)}} \times \gamma_{max} = 80\times10^3 \times 0/0006 = 48 \text{ Mpa}$$

گزینه‌ی ۳

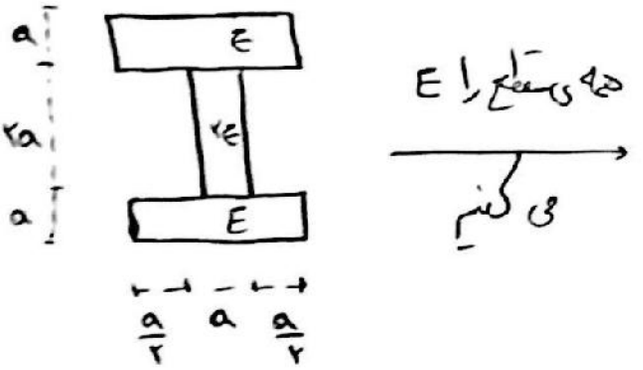
سوال ۲) جابه جایی انتهای تیر و فنر با یک دیگر برابر بوده پس عملکرد سازی دارند و نیرو به نسبت سختی بین آنها تقسیم می‌شود:

کافیست سختی تیر را بدست آوریم که می دانیم برای تیر یا میله به صورت



، سختی برابر $\frac{3EI}{L^3}$ است که در اینجا کافیست سطح تیر

را در E ضرب کنیم:



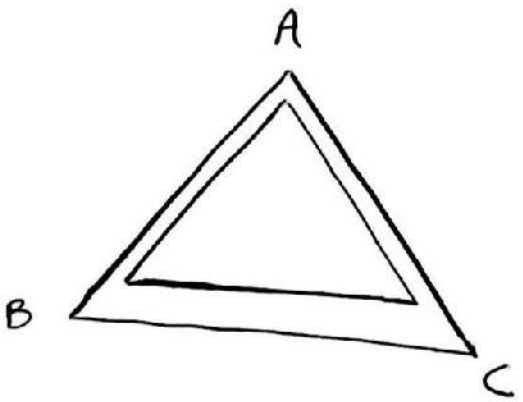
$$4a \Rightarrow I = \frac{(2a)(4a)^3}{12} = \frac{32}{3}a^4$$

$$k_{\text{سختی تیر}} = \frac{3 E \times (\frac{32}{3}a^4)}{L^3} = \frac{32 E a^4}{L^3}$$

$$\delta_{\text{انتهای تیر}} = \frac{P}{k_{\text{تیر}} + k_{\text{فنر}}} = \frac{P}{32 + 8(\frac{Ea^4}{L^3})} = \frac{1}{40}\frac{PL^3}{Ea^4}$$

گزینه‌ی 1

سوال ۳) با توجه به اینکه جریان برشی در عضو جدار نازک بسته ثابت است داریم:



$$q = \tau_i \times t_i = \text{ثابت}$$

$$\tau_{AB} = \tau_{AC} = \tau_{max} = 100\ MPa$$

$$\Rightarrow q = \tau_{AB} \times t_{AB} = 100 \left(\frac{N}{mm^2}\right) \times 10\ (mm) = 1000\ \frac{N}{mm}$$

حال نیروی برشی در عضو BC را که سئوال خواسته می‌یابیم:

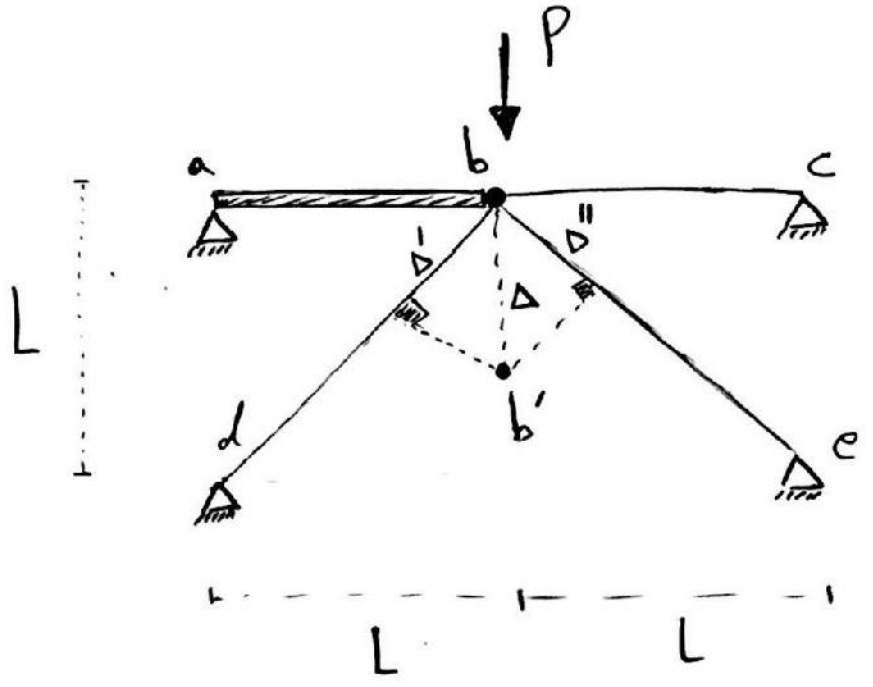
$$\tau_{BC} = \frac{q}{t_{BC}} \longrightarrow \tau_{BC} = \frac{1000\ (\frac{N}{mm})}{20\ (mm)} = 50\ (\frac{N}{mm^2})$$

$$F_{BC} = \tau_{BC} \times \overbrace{A_{BC}}^{\text{مساحت}} = 50\ (\frac{N}{mm^2}) \times (200 \times 20)\ (mm^2)$$

$$\Rightarrow F_{BC} = 200 \times 10^3\ (N) = \boxed{200\ (kN)}$$

گزینه ۳ صحیح است.

سوال ۴: سطانق با تغییری ویلیو میله‌ی صلب نقطا در استداد عمود بر خود حرکتا می کنند و با توجه به تقارن هندسی سازه داریم:



نقطه‌ی b به 'b منتقل می شود و از نقطه‌ی جدید (b') بر استداد میله ها عمود می کنیم آنچه که باقی می ماند تغییر طول میله ها است

باتوجه به تقارن هندسی شکل:

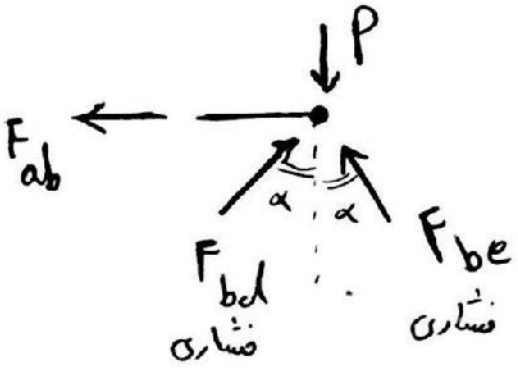
تغییر طول $bd = \Delta'$

تغییر طول $be = \Delta''$

تغییر طول $bc = 0$

$\Delta' = \Delta'' \xrightarrow{\Delta = \frac{FL}{EA}} F_{be} = F_{bd}$ و $F_{bc} = 0$.

حال گره‌ی b را در نظر می گیریم:



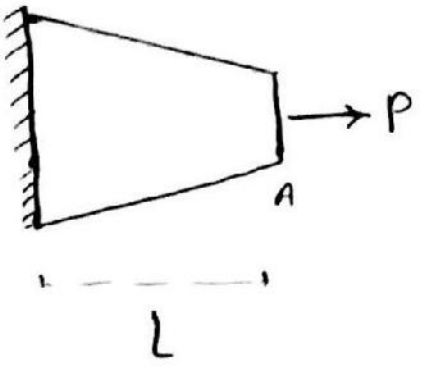
$$\Rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow F_{bd}\cos\alpha = F_{be}\cos\alpha + F_{ab}$$

$$\Longrightarrow F_{ab} = F_{\text{میله‌ی صلب}} = 0$$

گزینه‌ی ۱ صحیح است.

سوال ۵»

با توجه به اطلاعات مسئله در مورد شکل (a) داریم:

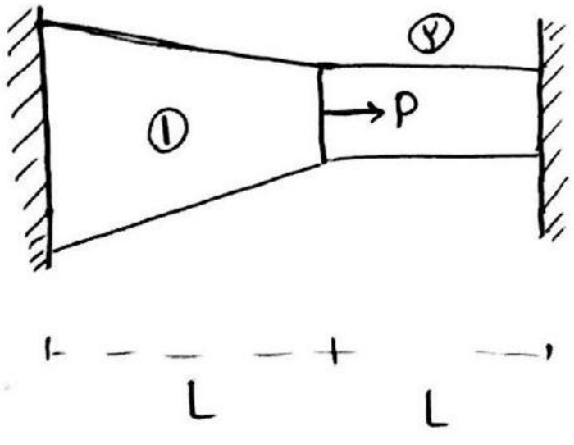


$$\rightarrow \delta_A = \frac{PL}{2EA} \rightarrow \underset{\text{عضو}}{k} = \frac{2EA}{L}$$

بعضی محوری عضو غیرمنشوری

حال در سازه‌ی (b) چون عملکرد موازی دارد، داریم:

تعدی ۲ = تعدی ۱ = تعدی سازه



$$F_2 = \frac{k_2}{k_1 + k_2} \times P$$

$$\Longrightarrow F_2 = \frac{\frac{EA}{L}}{\frac{2EA}{L} + \frac{EA}{L}} \times P = \boxed{\frac{P}{3}} \rightarrow \text{کشش ۲} = \text{صحیح است.}$$

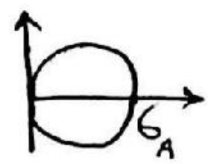
سوال ۲۶) ابتدا تنش حداکثر در مقطع A را می‌یابیم:

چون نیروی محوری P به مرکز سطح مقطع وارد شده است، هیچ گونه لنگری نداریم:

از نوع فشاری خالص

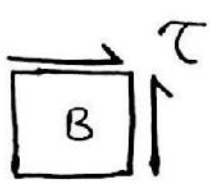
$$\sigma_A = \frac{P}{(2h \times h)} = \frac{P}{2h^2} = \sigma_{A_{max}}$$

دایره موهر نقطه:



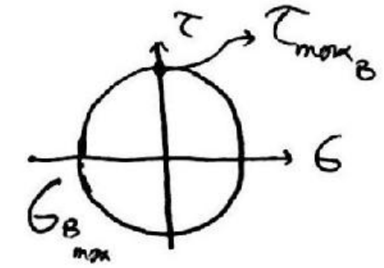
$$\tau_{A_{max}} = \frac{1}{2}\sigma_{max_A} = \frac{P}{4h^2}$$

حال مقطع B را بررسی می‌کنیم:



دقت شود که نقطه‌ی B در مرکز سطح واقع است و روی تار خنثی قرار دارد پس هیچ گونه تنش محوری نداریم

دایره موهر B:



$$\tau_{B_{max}} = \frac{P}{2h \times h} = \frac{P}{2h^2}$$ (تنش برشی ناشی از P)

$$\sigma_{B_{max}} = \tau_{B_{max}} = \frac{P}{2h^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sigma_{max}^{B}}{\sigma_{max}^{A}}\right) = \frac{\frac{P}{2h^2}}{\frac{P}{3h^2}} = 1.5 \quad \text{و} \quad \left(\frac{\tau_{max}^{B}}{\tau_{max}^{A}}\right) = \frac{\frac{P}{2h^2}}{\frac{P}{4h^2}} = 3$$

← گزینه‌ی ۴ صحیح است.

سوال ۷

$$\epsilon_x = \epsilon_A = 250 \times 10^{-6}$$

$$\epsilon_y = \epsilon_C = 170 \times 10^{-6}$$

$$\epsilon_{45^\circ} = \epsilon_B = 190 \times 10^{-6}$$

$$\epsilon_\theta = \epsilon_x \cos^2\theta + \epsilon_y \sin^2\theta - \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta \xrightarrow{\theta = 45^\circ}$$

$$190 = 250 \times \left(\frac{1}{2}\right) + 170 \left(\frac{1}{2}\right) - \frac{\gamma_{xy}}{2} (1)$$

$$\Rightarrow \gamma_{xy} = 420 \times 10^{-6}$$

$$\Longrightarrow \frac{\gamma_{max}}{2} = (\text{شعاع دایره مور کرنش}) R = \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\gamma_{max}}{2} = \sqrt{180^2 + 160^2}$$

$$\Rightarrow \gamma_{max} = 2 \times \left[20\sqrt{9^2 + 8^2}\right] = 40\sqrt{145} \simeq 40\sqrt{144}$$

$$\Rightarrow \gamma_{max} = 40 \times 12 = 480 \times 10^{-6}$$

گزینه "۱" صحیح است.

سوال ۸) فرض می کنیم طول تیر L باشد

در هر سطح: $\frac{VQe}{I} < F_{\text{باز}} \rightarrow e < \frac{F_{\text{باز}} \times I}{VQ}$

تعداد پیچ مورد نیاز (n): $\frac{L}{e} \rightarrow \frac{n_B}{n_A} = \frac{\frac{L}{e_B}}{\frac{L}{e_A}} = \frac{e_A}{e_B}$

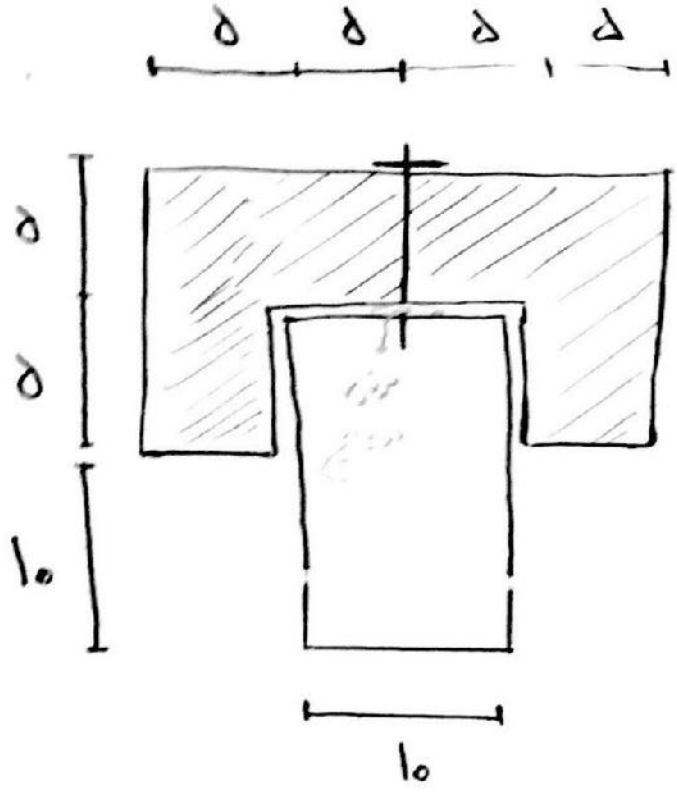
چون I (ممان اینرسی) و V (نیروی برشی) و F (مقاومت مجاز برشی) هردو سطح

و پیچ برابر است داریم:

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{\frac{FI}{VQ_A}}{\frac{FI}{VQ_B}} = \frac{Q_B}{Q_A}$$

پس کافیست نسبت $\frac{Q_B}{Q_A}$ (نسبت ممان اول سطح قسمت متصل شده) را بیابیم:

ادامه‌ی حل سوال ۸»

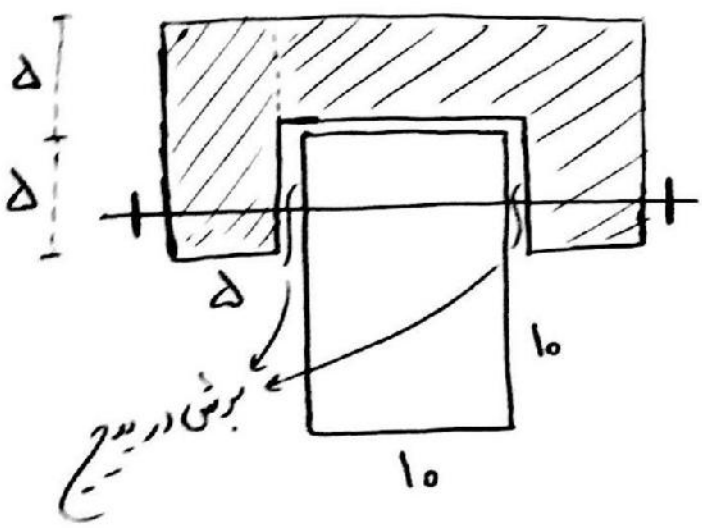


طرح B: $\frac{B}{2}$

$\bar{y}$

$Q_B = Q_{\text{هاشور}}$

فقط با یک برش در بیخ سطح هاشور ایجاد می‌شود. $\frac{T}{2}$



طرح A: $\frac{T}{2}$

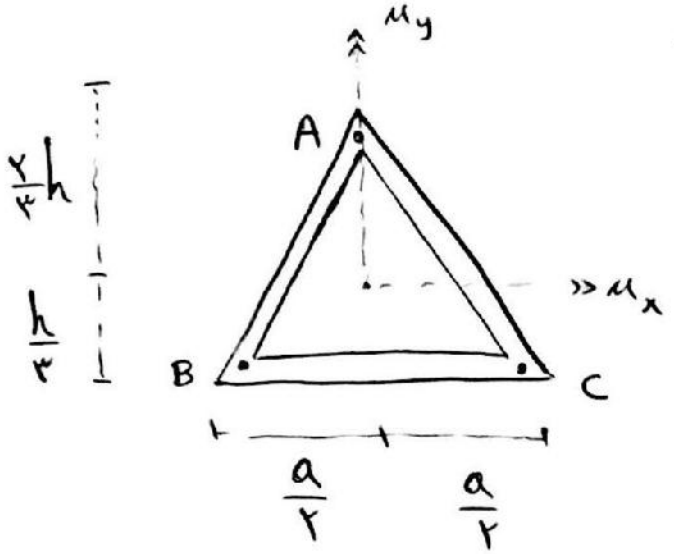
$\bar{y}$

$Q_A = Q_{\text{هاشور}} / 2$

با دو برش در بیخ سطح هاشور ایجاد می‌شود. $\frac{T}{2}$

$$\Longrightarrow \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{Q_{\text{هاشور}}}{\frac{Q_{\text{هاشور}}}{2}} = 2$$

سوال ۹» مثلث متساوی الاضلاع است.



$$M_x = M_y = 24a^2t$$

$$I = \frac{1}{4}a^4t \quad , \quad h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

نقطه‌ی A: $$\sigma_A = \frac{M_x \times \frac{2}{3}h}{I} = \frac{(24a^2t)(\frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}a)}{\frac{1}{4}a^4t} = 32\sqrt{3}$$ (فشاری)

نقطه‌ی C: $$\sigma_C = \frac{M_x \times \frac{h}{3}}{I} + \frac{M_y \times \frac{a}{2}}{I} = \frac{24a^2t}{\frac{1}{4}a^4t}\left(\frac{\sqrt{3}a}{3\times 2} + \frac{a}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \sigma_C = 96\left(\frac{\sqrt{3}+3}{6}\right) \quad \text{(فشاری)}$$

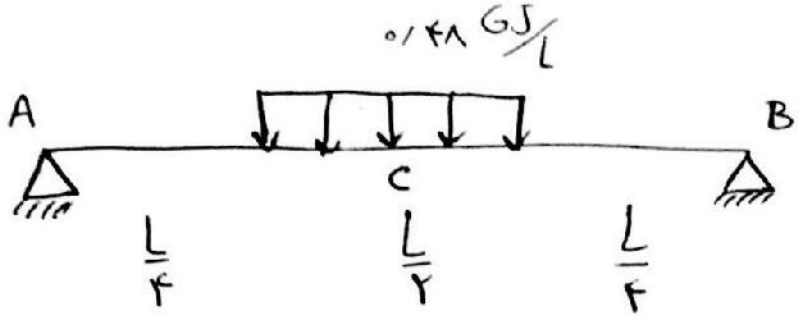
نقطه‌ی B: $\sigma_B = ?$ چون تنش ناشی از M_y کششی است قطعاً تنش آن کمتر از نقطه‌ی C است. $(\sigma_B < \sigma_C)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_A = 32 \times 1{,}7 = 54{,}4 \\ \sigma_C = 96\left(\frac{1{,}7+3}{6}\right) = 75{,}2 \longrightarrow \text{تنش حداکثر} \end{cases}$$

نزدیک‌ترین گزینه، گزینه‌ی ۱ می‌باشد!

سوال ۱۰: با استفاده از روش تیر معادل:

چون GJ در طول عضو ثابت است نیاز به تبدیل تیر معادل نداریم.

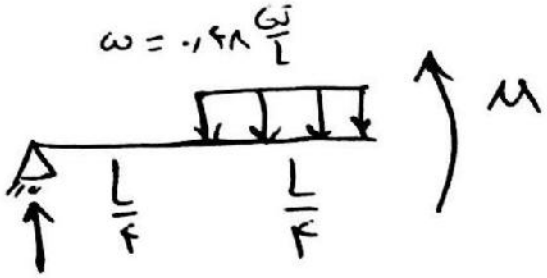


برای بدست آوردن زاویه‌ی پیچش در وسط تیر کافیست، عکس‌العمل در وسط تیر معادل (نقطه‌ی C) را بیابیم و سپس تقسیم بر GJ کنیم:

$$R_A + R_B = 0/48 \frac{GJ}{L} \times \frac{L}{2} = 0/24\ GJ$$

$$\Rightarrow R_A = 0/12\ GJ$$

در وسط سطح مقطع زیر:



$$\Rightarrow M + \omega\left(\frac{L}{4}\right)\left(\frac{L}{8}\right) = 0/12\,GJ\left(\frac{L}{2}\right)$$

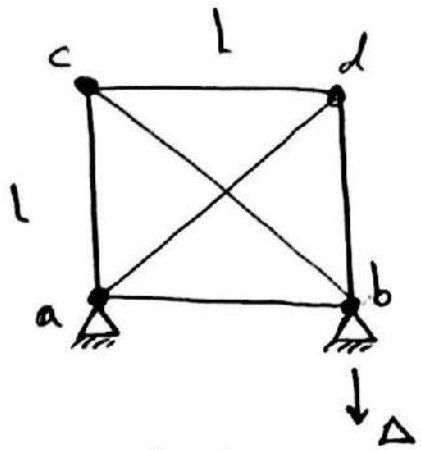
$$\Rightarrow \frac{M}{GJ} = 0/06 - \frac{0/48}{32} = 0/045 \equiv \varphi \rightarrow \text{زاویه‌ی پیچش}$$

گزینه ۱

سوال ۱) سازه ناهمین می باشد بین عامل نشست تکیه گاهی ممکن است در سازه نیرو ایجاد کند.

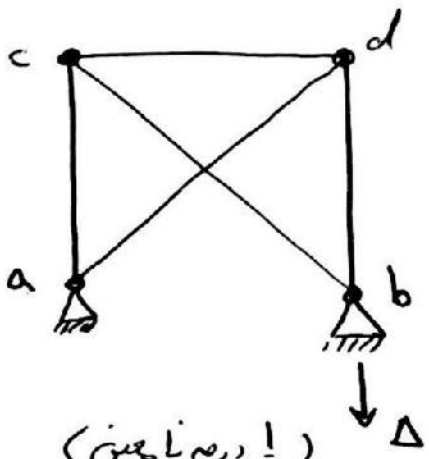
★★★ در ابتدا به این نکته توجه شود که عضو ab بین دو تکیه گاه است که جابه جایی آن صفر است بین هیچ نیرویی در آن ایجاد نمی شود. تغییر طول عضو ab

$$\delta_{ab} = 0 \rightarrow F_{ab} = 0$$



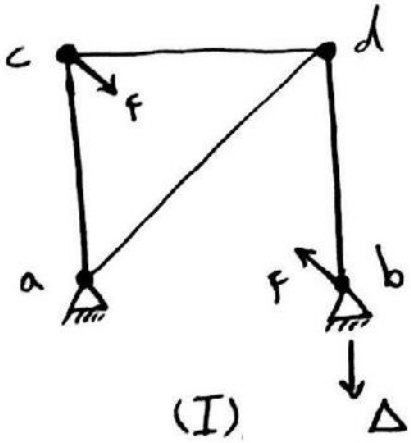
(۲ درجه ناهمین)

≡



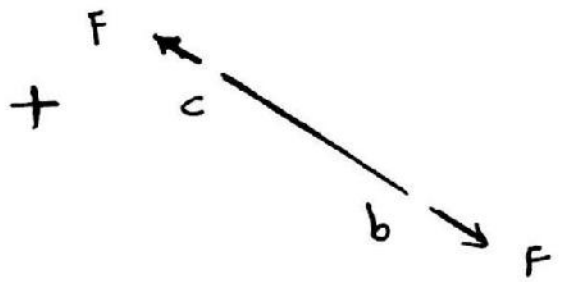
(۱ درجه ناهمین)

حال با استفاده از سازگاری + کار مجازی داریم:



(I)

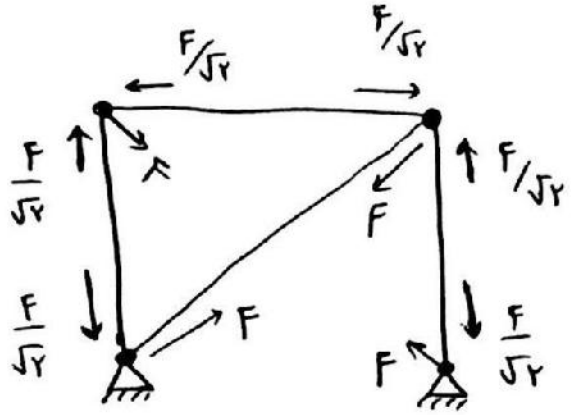
+



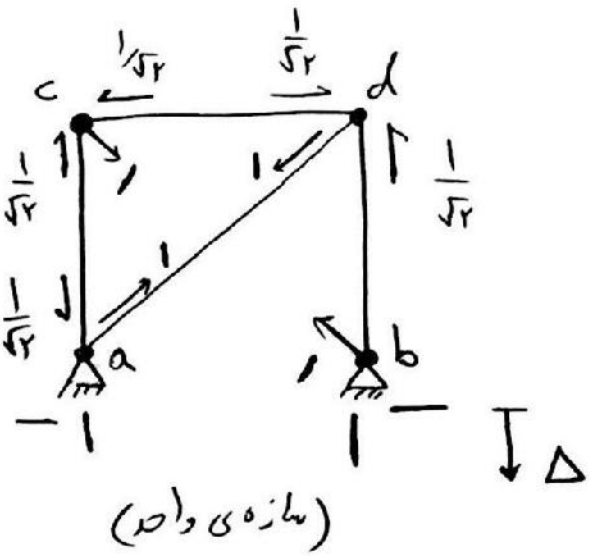
(II)

ادامه‌ی حل سوال ۱: مقدار نزدیک شدگی دو نقطه‌ی b و c در سازه‌ی (I) با مقدار دور شدگی b و c در سازه‌ی (II) برابر است:

ابتدا سازه‌ی I را بررسی می‌کنیم:



(سازه‌ی اصلی)



(سازه‌ی واحد)

$$\left[\delta_{c/b}\right]_{I} = \frac{F \times \frac{F}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times L}{EA} + \frac{F \times 1 \times \sqrt{2}L}{EA} = (2+\sqrt{2})\frac{FL}{EA}$$

حال سازه‌ی II را بررسی می‌کنیم:

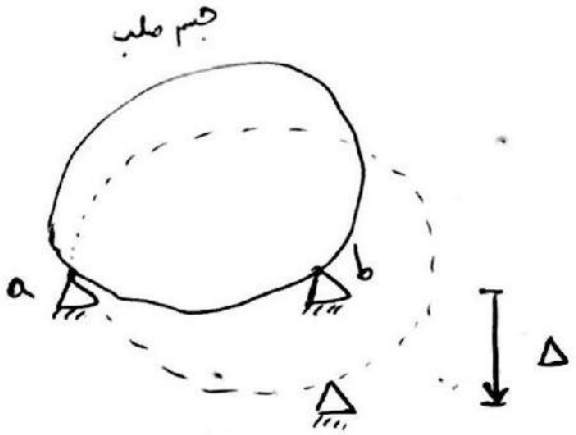
$$\left[\delta_{c/b}\right]_{II} = \frac{FL}{EA}$$

$$\Longrightarrow \left[\delta_{c/b}\right]_{I} = \left[\delta_{c/b}\right]_{II} \Longrightarrow F = 0$$

که این با فرض مسئله در تناقض است!

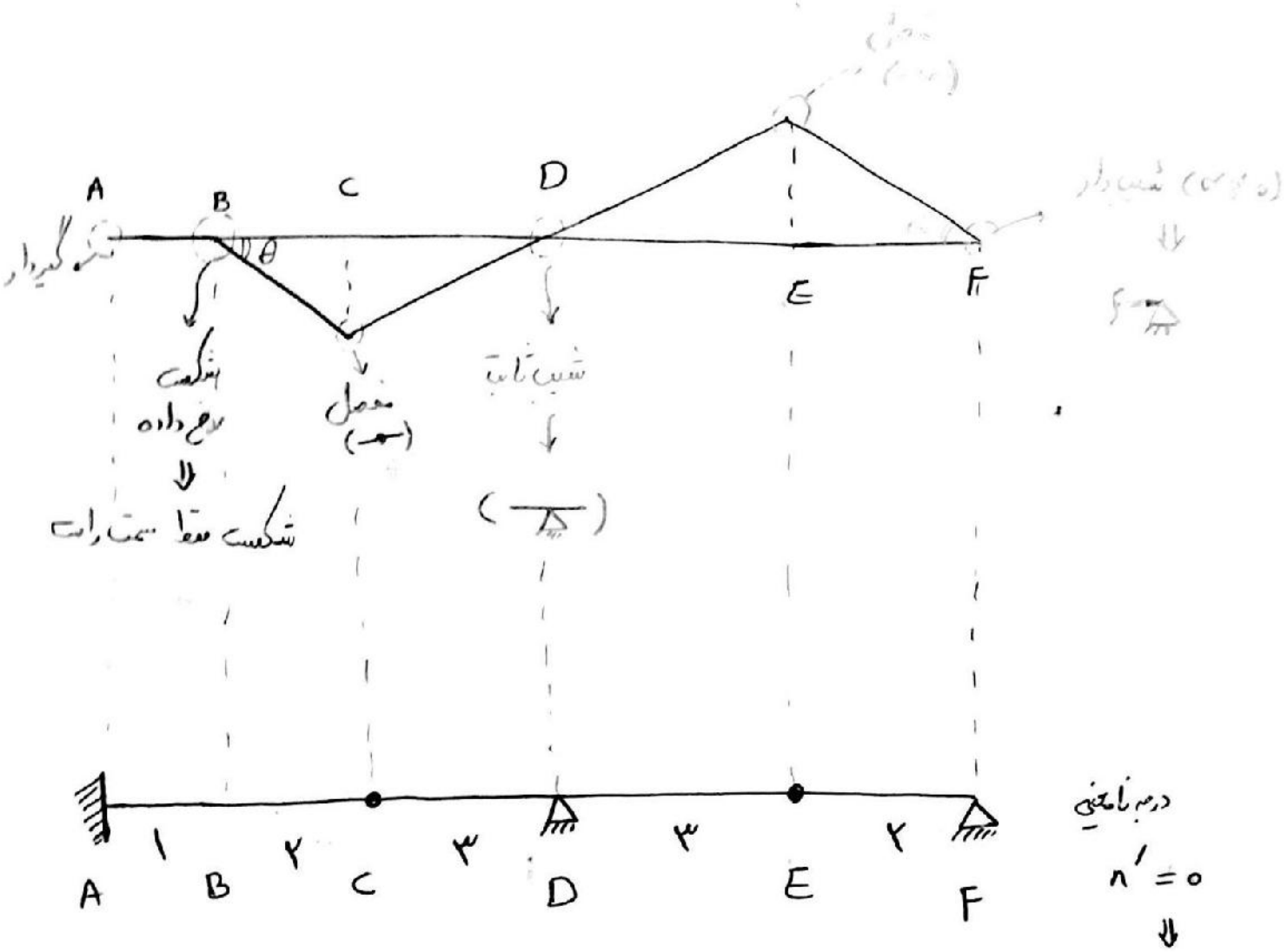
ادامه در صفحه‌ی بعد:

حل انجام شده در صفحه‌ی قبل به صورت تئوری ثابت شد که نیروی c ما صفر است امّا در برخورد با این سوال می‌توان این‌گونه گفت که:

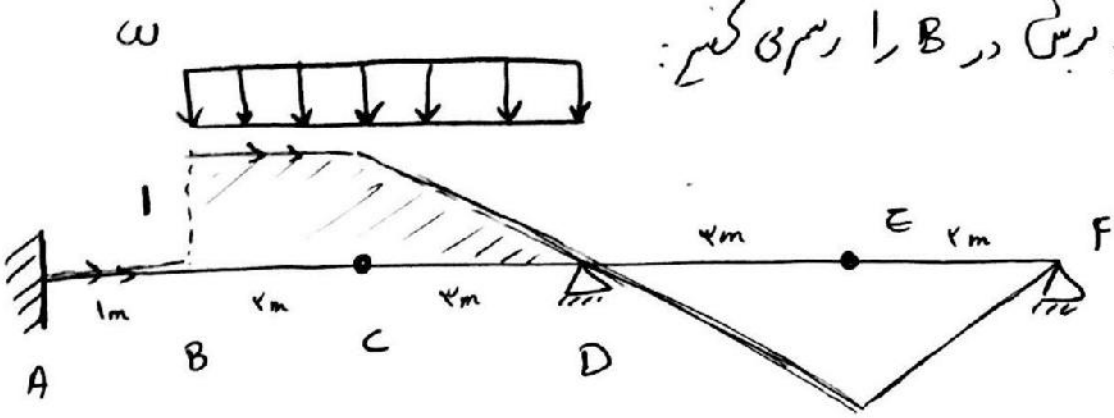


جسم صلب بالا در اثر نشست تکیه‌گاه a فقط مقدار کمی دوران شده است و هیچ‌گونه تغییر شکل یا کشش یا فشاری در جسم ایجاد نمی‌شود زیرا جسم صلب به نقطه‌ای متصل نشده که بخواهد جلوی دوران را بگیرد و در جسم تنش ذخیره ایجاد کند.

سوال ۲، ابتدا با توجه به خط تأثیر رسم شده، نوع تیر را تشخیص می‌دهیم:



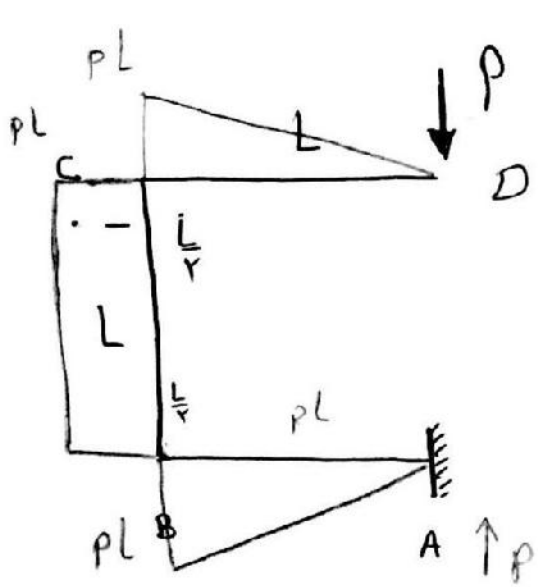
حال خط تأثیر برش در B را رسم می‌کنیم:



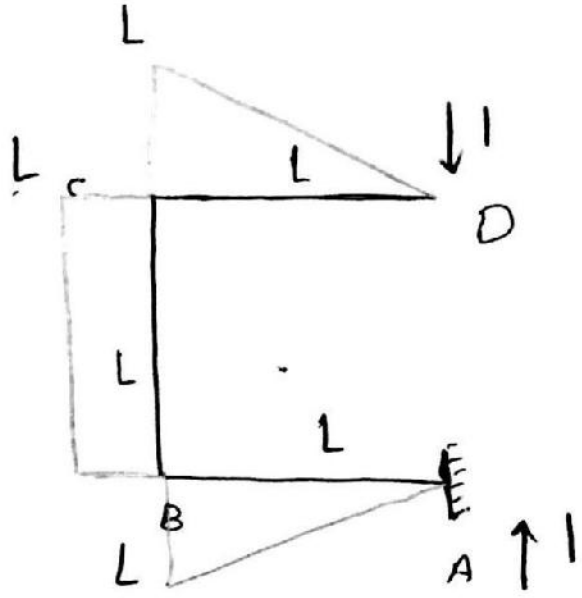
$$(V_B)_{max} = \omega \times S_{\text{هاشور}} = ۳۰ \left(۲\times۱ + \frac{۳\times۱}{۲}\right) = ۱۰۵ \ (kN)$$

گزینه‌ی ۳

گزینه‌ی «۳» مطابق باروش کارمجازی داریم:



(سازه‌ی مجازی)



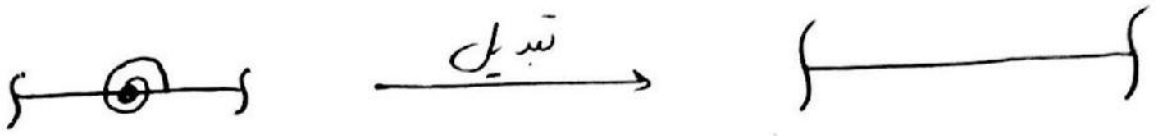
(سازه‌ی واحد)

$$\Delta_{v_D} = 2\left[\frac{pL \times L \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}L}{EI}\right] + \left[pL \times L \times L\right]$$

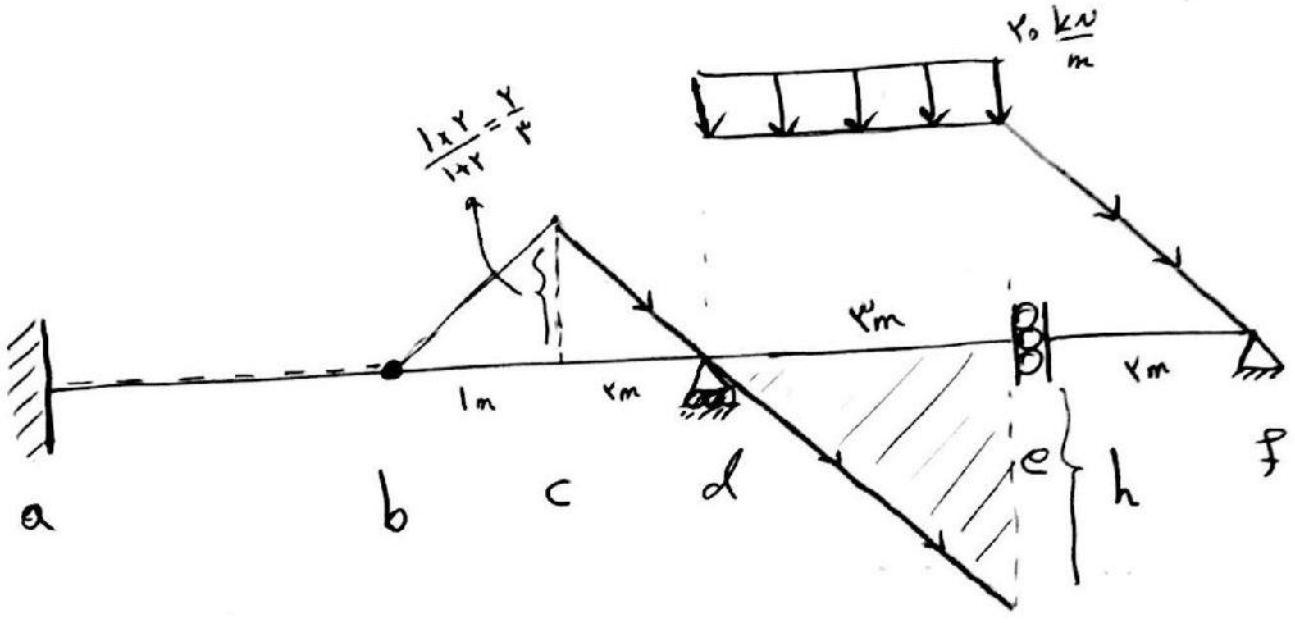
$$\Rightarrow \Delta_{v_D} = \frac{5}{3}\frac{pL^3}{EI}$$

گزینه‌ی ۲

سوال ۴ نکته‌ی این سوال این است که در صورتی که فنر (چه از نوع دورانی، چه از نوع انتقالی) سختی آن را به ∞ میل می‌دهیم:



دقت شود این نکته فقط برای تیرهای معین است.



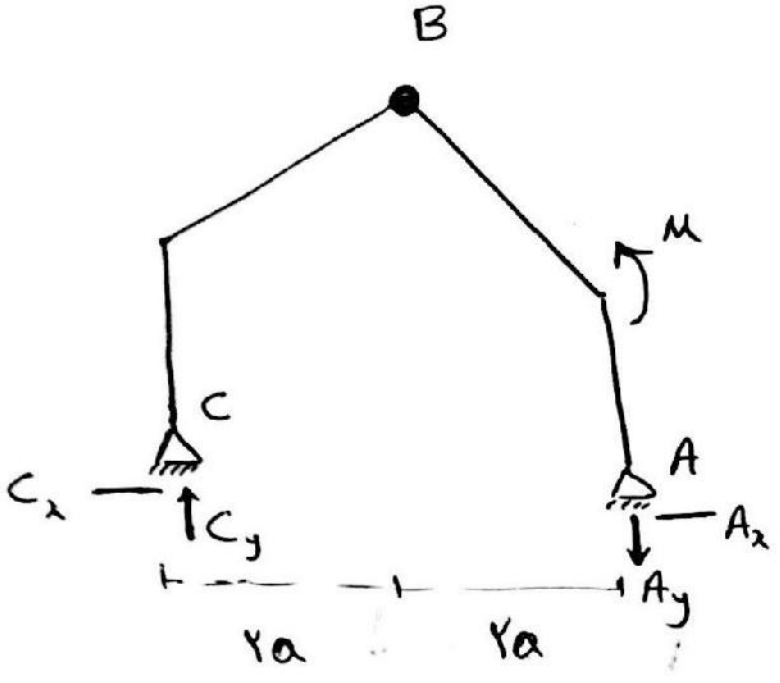
$$\frac{h}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۳}{۲} \rightarrow h = 1$$

$$M_{max} = ۲۰ \times \left(۳ \times \frac{1}{۲}\right) = ۳۰ \ kN.m$$

گزینه‌ی ۴

سال ۵» سازه چنین است.

ابتدا کل سازه را در نظر می‌گیریم:

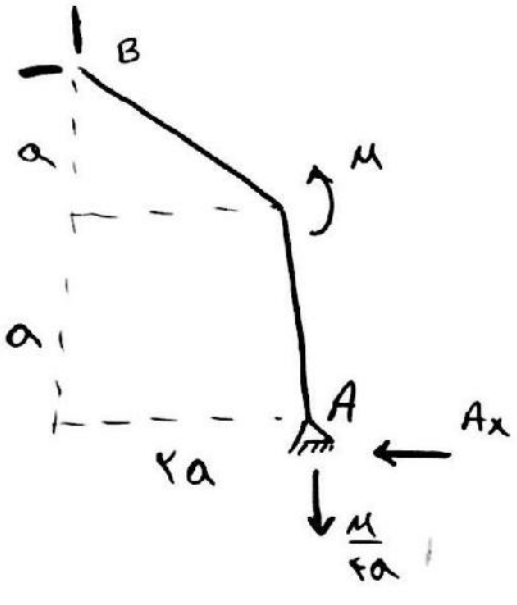


$$\Sigma M_C = 0 \rightarrow$$

$$A_y(4a) = M$$

$$\Rightarrow A_y = \boxed{\frac{M}{4a}}$$

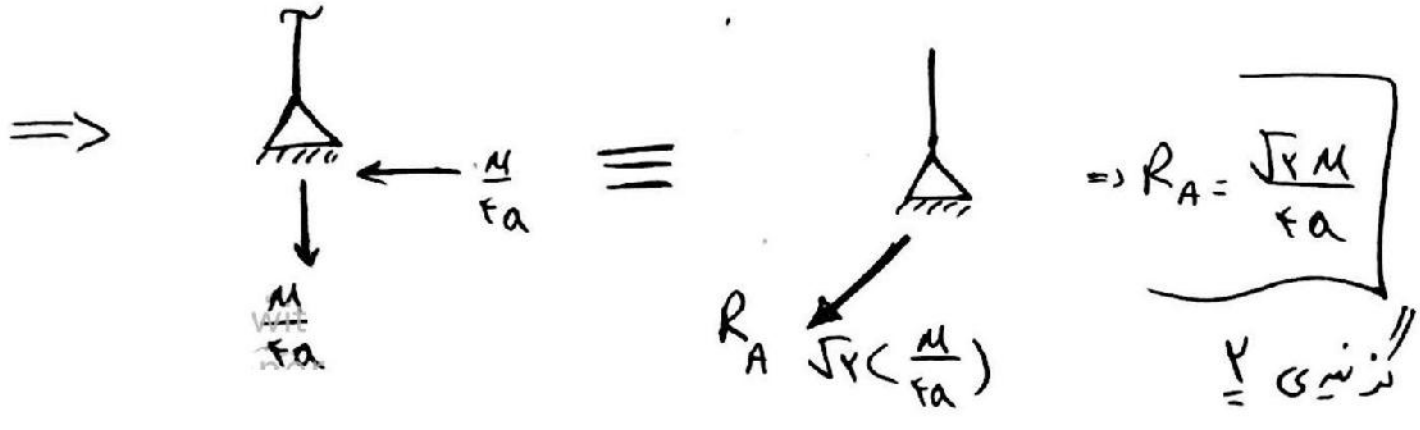
حال در B مفصل می‌زنیم:



$$\Sigma M_B = 0 \rightarrow$$

$$A_x(2a) + \frac{M}{4a}(2a) = M$$

$$2A_x(a) = \frac{M}{2} \Rightarrow A_x = \boxed{\frac{M}{4a}}$$



$$\Rightarrow R_A = \boxed{\frac{\sqrt{2}M}{4a}}$$

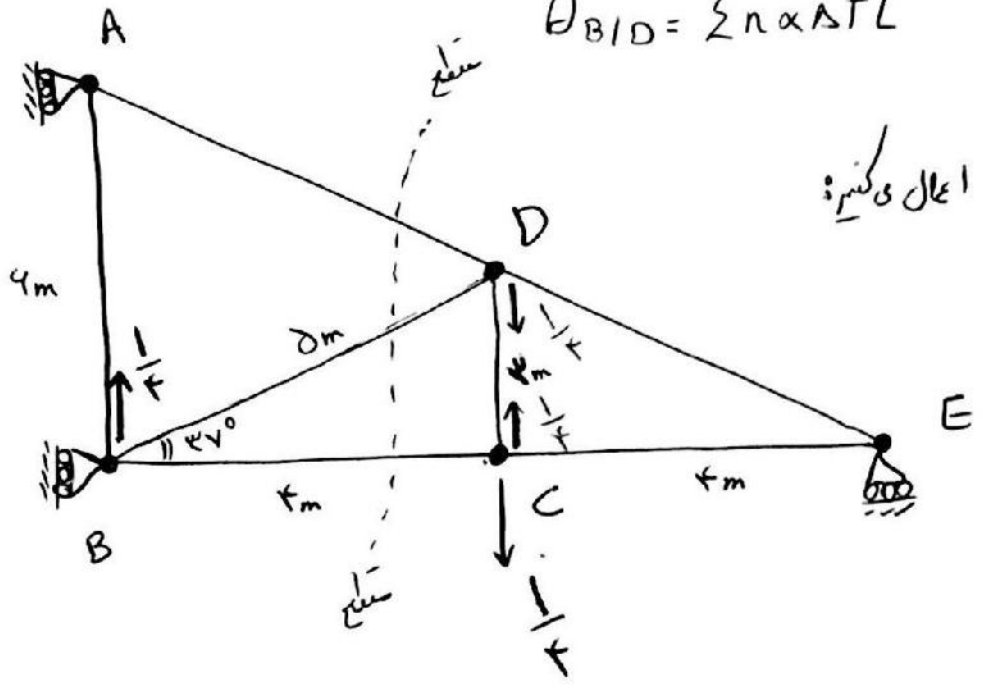
گزینه‌ی ۲

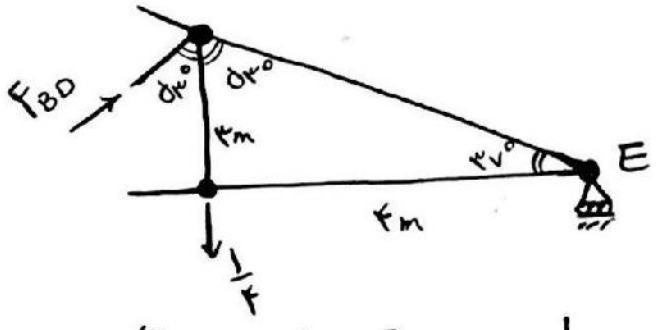
سوال ۶) ابتدا درجه نامعینی خرپا را می‌یابیم:

$$n = m + R - 2j = V + 3 - 2(5) = 0 \longrightarrow \text{معین}$$

چون بارگذاری از نوع حرارت است کافیست فقط سازه‌ی واحد را تحلیل کنیم: $\theta_{B/D} = \sum n \alpha \Delta T L$

کوپل واحدی به BC اعمال می‌کنیم:





$$\sum M_E = 0 \rightarrow (F_{BD})\cos 37^\circ \times 3 + (F_{BD})\sin 37^\circ \times 4 = \frac{1}{4}(4)$$

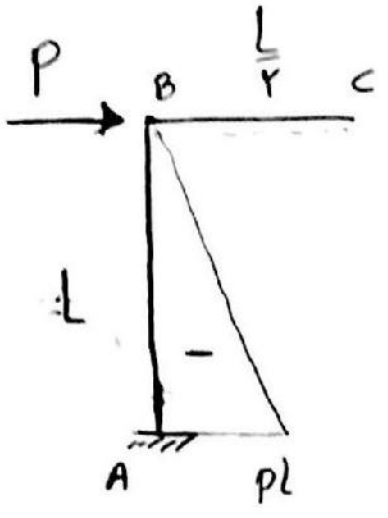
$$\Rightarrow F_{BD} \times \frac{4}{5} \times 3 + F_{BD} \times \frac{3}{5} \times 4 = 1 \rightarrow F_{BD} = \frac{5}{24}$$

$$\theta_{B/D} = \left(-\frac{5}{24}\alpha \times 20 \times 5\right) + \left(\frac{1}{4} \times \alpha \times 20 \times 3\right) = -\frac{35}{6}\alpha$$

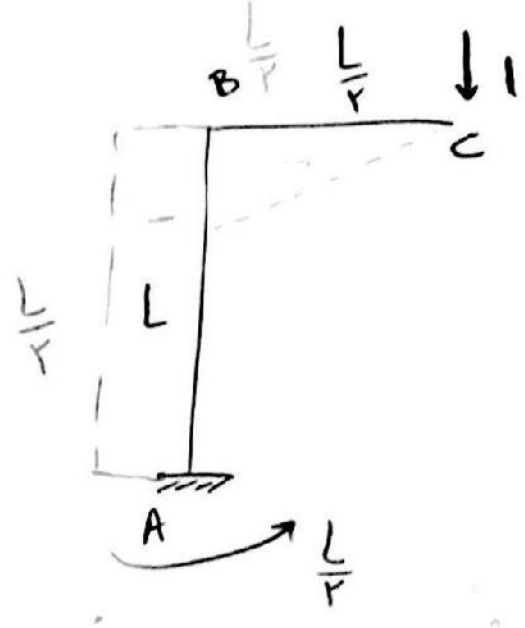
گزینه ۳

سوال ۷» با توجه به روش کار مجازی:

کانتیلیور طره‌ای تحت P را برابر Δ قرار دهید:



(سازه‌ی اصلی)



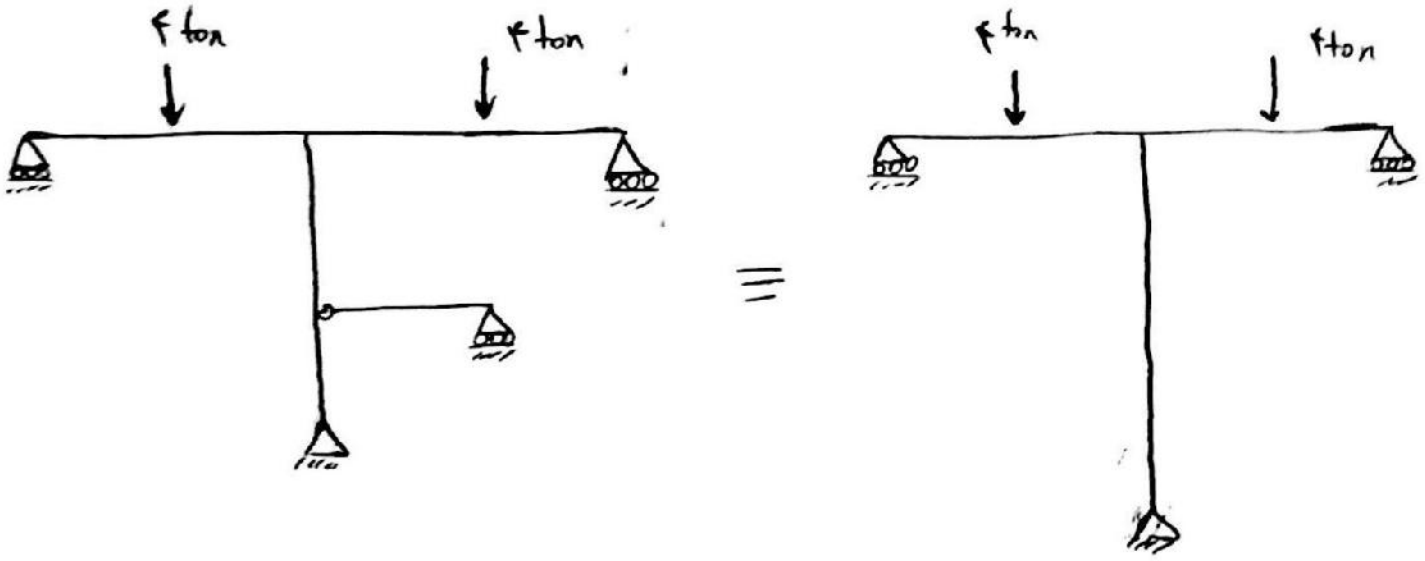
(سازه‌ی واحد)

$$\Delta_{r_C} = \Delta \Longrightarrow \Delta = \frac{pL \times L}{2EI} \times L$$

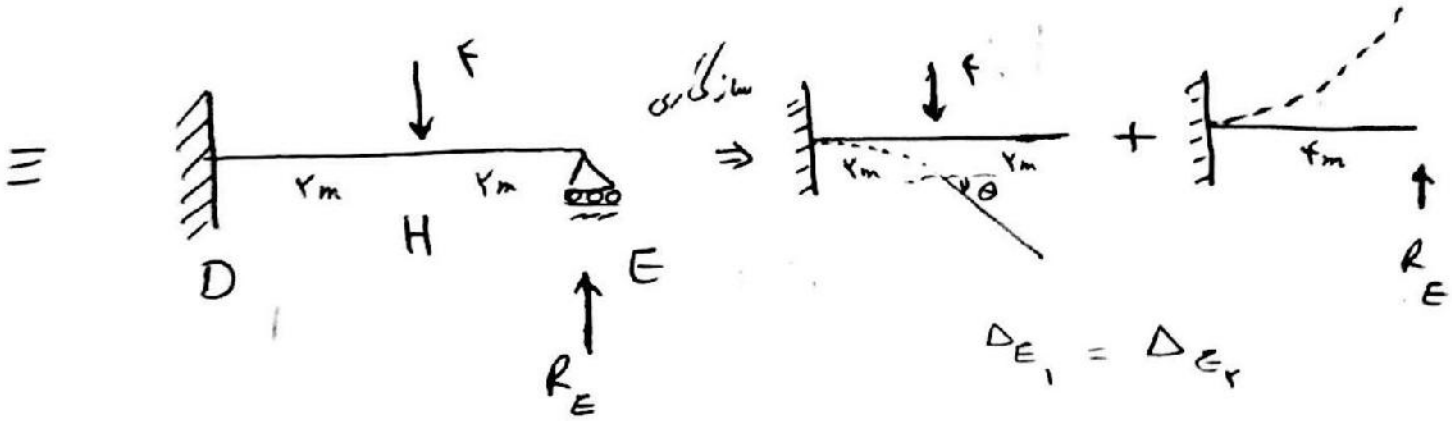
$$\Longrightarrow \Delta = \frac{pL^3}{2EI} \Longrightarrow \boxed{p = \frac{2EI\Delta}{L^3}}$$

گزینه‌ی ۱

سوال ۸ » عضو BC دارای لنگر و برش صفر است، پس تأثیری در حل و شکل ما ندارد.



سازه‌ی نامعین مستقیم



$\Delta_{E_1} = \Delta_{E_2}$

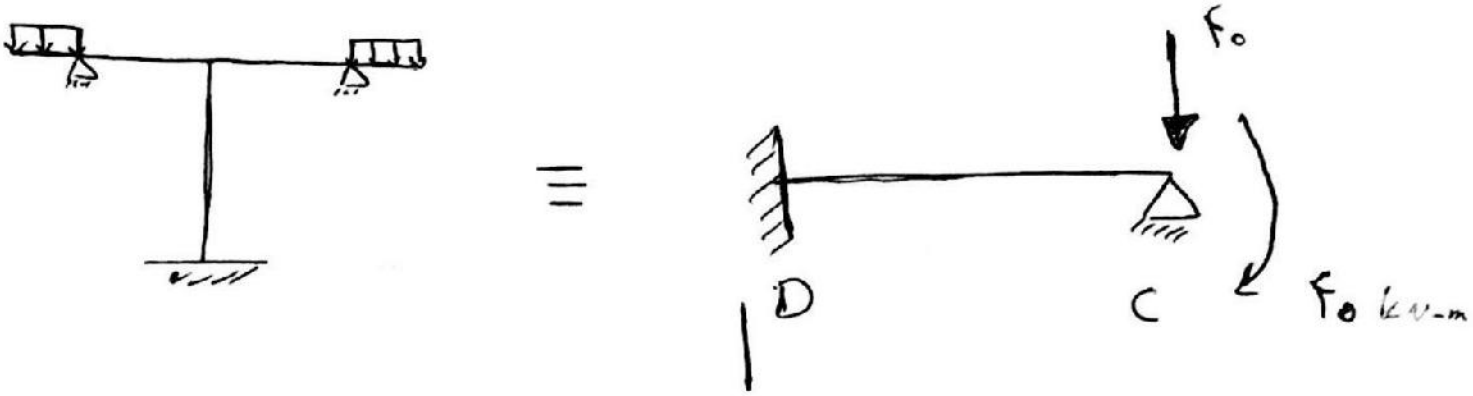
$$\frac{(R_E)(4)^3}{3EI} = \frac{4(2)^3}{3EI} + \frac{4(2)}{2EI}\times 2 \cdot \theta \cdot 2 \Rightarrow \frac{64}{3}R_E = \frac{32}{3} + \frac{32}{2} \Rightarrow R_E = \boxed{\frac{5}{4}}$$

$$\begin{cases} M_H = M_{HE} = M_{HD} = \left(\frac{5}{4}\right)(2) = \frac{5}{2} \\ M_D = M_{DH} = 4(2) - \frac{5}{4}(4) = 3 \end{cases} \Rightarrow \left|\frac{M_{DH}}{M_{HD}}\right| = \frac{3}{\frac{5}{2}} = \boxed{\frac{6}{5}}$$

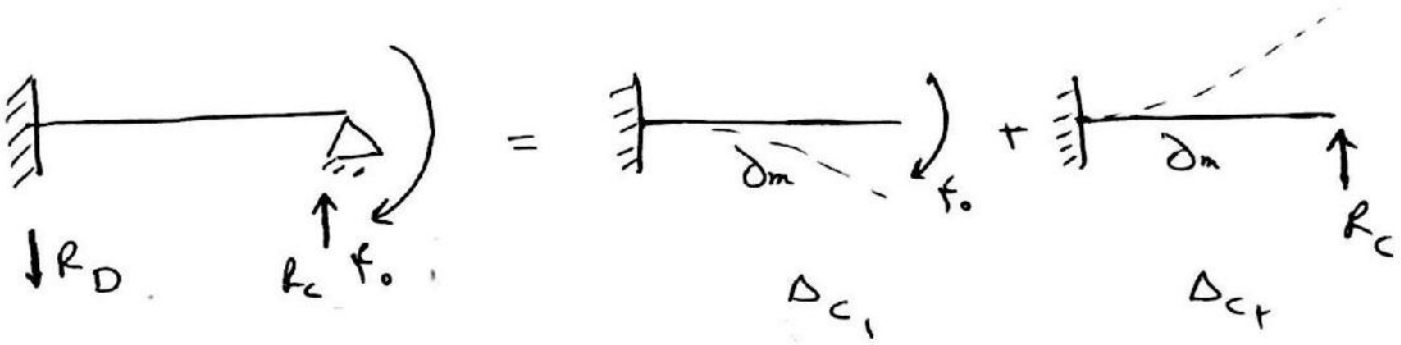
گزینه ۴

CamScanner

سوال ۹»

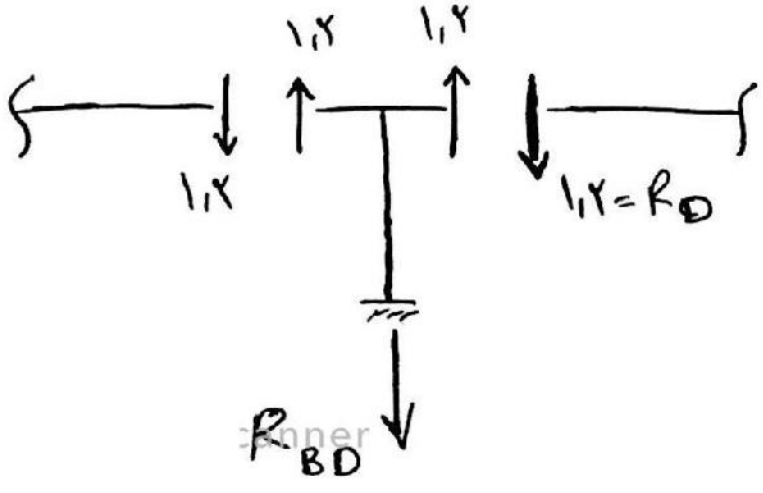


کل نیروی ۴۰kN به تکیه‌گاه C می‌رسد و سهم R_D تنها ناشی از لنگر ۴۰ kN-m است:



$$\Rightarrow \Delta_{C_1} = \Delta_{C_2} \Rightarrow \frac{۴۰(\delta)^۲}{۲EI} = \frac{R_C(\delta)^۳}{۳EI} \Rightarrow R_C = ۱۲\,kN = ۱,۲\,ton$$

$$\Rightarrow R_D = ۱,۲\,ton \downarrow$$

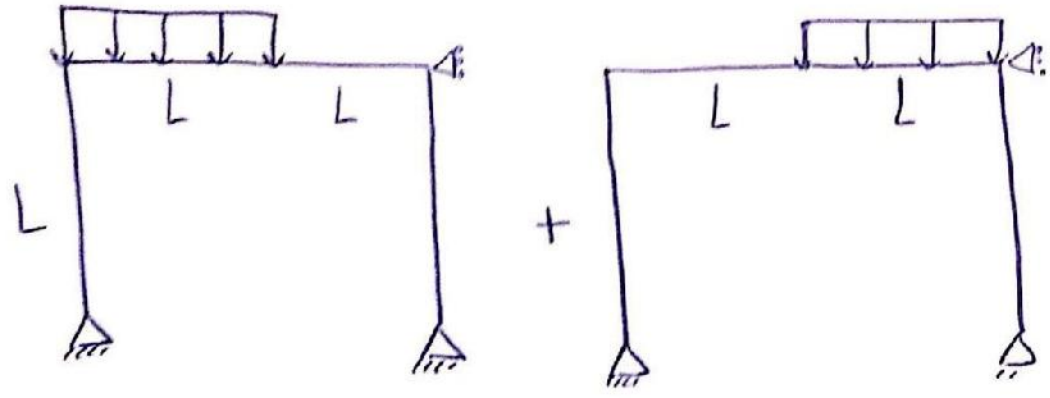


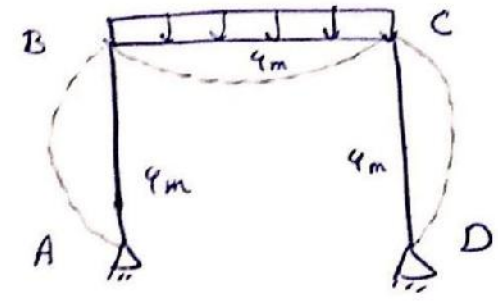
$$\Rightarrow R_{BD} = ۲,۴\ ton$$

کششی

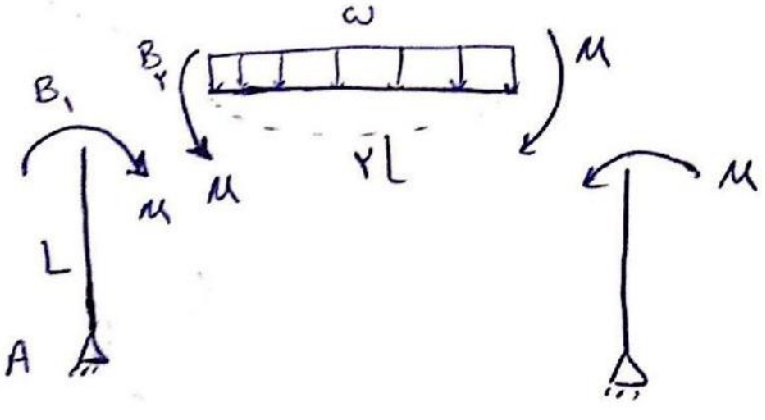
گزینه ۱ ←

سوال ۱۰





⇒ یک دهانه نامعین



سازگاری θ در نقطه‌ی B :

$$\theta_1 = \theta_2$$

$$\Rightarrow \frac{\omega(2L)^3}{24EI} - \frac{M(2L)}{2EI} = \frac{ML}{3EI}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega L^2}{3} = \frac{4}{3}M \Rightarrow M = \frac{\omega L^2}{4}$$

لنگر وسط دهانه = $\frac{\omega(2L)^2}{8} - \frac{\omega L^2}{4} = \frac{\omega L^2}{4}$ ← بارگسترده‌ی نفس دهانه‌ی نصف‌شده

$M_{\text{وسط}} = \frac{\omega L^2}{8} = \frac{20 \times 4^2}{8}$

$= 40$ گزینه ۲